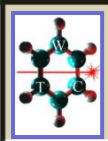


# Optyczne przetworniki fazowe

- Przetwornik fazowy
- Zmiany fazy indukowane termicznie
- Mechaniczne wymuszenia zmiany fazy:
  - relacje odkształceń i naprężeń – prawo Hoocka
  - efekt fotosprężysty
  - przykładowe mechaniczne wymuszenia zmiany fazy.





## Przetwornik fazowy

Jest to element, w którym odbywa się akt zamiany zewnętrznego wymuszenia  $X$  na zmianę fazy sygnału. W wersji in-line jest to odcinek światłowodu:

$$E_{wy}(\lambda) = T(X, \lambda)E_{we}$$

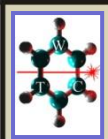
Funkcja przenoszenia przetwornika  $T(X, \lambda)$  jest macierzą propagacji, która może być opisana jako:

$$T(X, \lambda) = A(X, \lambda)e^{i\varphi_1(X, \lambda)}B(X, \lambda)$$

amplituda      faza      dwójłomność

A. Zmiana fazy wynika ze zmiany stałej propagacji  $\beta$  w wyniku oddziaływania pola na drodze  $L(X)$ :

$$\varphi_1(X, \lambda) = \beta(X, \lambda) L(X)$$



B. Zmiana dwójłomności wynika z polaryzacyjnych właściwości włókna.

B.1 Dwójłomność liniowa – gdy stałe propagacji fali spolaryzowanej liniowo w kierunku  $x$  i  $y$  są stałe, ale różne:

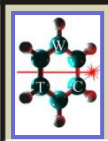
$$\varphi_2(\mathbf{X}, \lambda) = [\beta_x(\mathbf{X}, \lambda) - \beta_y(\mathbf{X}, \lambda)]L(\mathbf{X}),$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}, L) = \mathbf{B}_L(\mathbf{X}, L) = \begin{bmatrix} e^{i\varphi_2/2} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_2/2} \end{bmatrix}$$

B.2 Dwójłomność kołowa – gdy stałe propagacji fali spolaryzowanej kołowo prawo- „+” i lewo- „-” skrętnie są stałe, ale różne:

$$\varphi_3(\mathbf{X}, \lambda) = [\beta_+(\mathbf{X}, \lambda) - \beta_-(\mathbf{X}, \lambda)]L(\mathbf{X}),$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}, L) = \mathbf{B}_K(\mathbf{X}, L) = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\varphi_3}{2}) & -\sin(\frac{\varphi_3}{2}) \\ \sin(\frac{\varphi_3}{2}) & \cos(\frac{\varphi_3}{2}) \end{bmatrix}$$



Zmiana fazy w przetworniku związana jest z tzw. **czułością fazową**  $C_f$ , która niesie informację o wielkości jej zmiany spowodowanej danym czynnikiem:

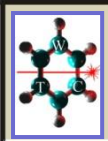
$$C_f = \frac{d\varphi}{dX} = \frac{\partial \beta}{\partial X} L + \frac{\partial L}{\partial X} \beta$$

Gdzie X jest wybranym polem fizycznym (temperatura, ciśnienie, naprężenie, pole elektryczne, pole magnetyczne, etc.).

W pracach często stosuje się tzw. **czułość znormalizowaną** wyrażaną jako:

$$C_f = \frac{d\varphi}{dX}$$

Zakres zmiany parametru wymuszającego powinien zapewnić liniowość przetwarzania sygnału na zmianę fazy. Jednak nie jest to czynnik wykluczający przydatność przetwornika. Przy charakterystyce nieliniowej należy taką charakterystykę zapisać w pamięci układu detekcyjnego do wykorzystania. Jednak przy pomiarach wielu parametrów jednocześnie korzystniej jest stosować układy liniowe.



$$\varphi = \beta(X^0) \cdot L(X^0) + \left[ \beta \cdot \frac{\partial L}{\partial X_1} + L \cdot \frac{\partial \beta}{\partial X_1} \right]_{X=X^0} \cdot \Delta X_1 + \\ + \left[ \beta \cdot \frac{\partial L}{\partial X_2} + L \cdot \frac{\partial \beta}{\partial X_2} \right]_{X=X^0} \cdot \Delta X_2 + \dots$$

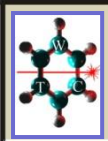
gdzie:  $X^0$  – parametry otoczenia przed zmianą (np.  $T^0$ ),  $X_{1,2}$  – zmienne parametry otoczenia (np.  $T, p$ ).

W przybliżeniu liniowym wkłady od poszczególnych oddziaływań sumują się powodując zmianę fazy przez wydłużenie światłowodu lub przez zmianę stałej propagacji:

$$\Delta\varphi = \beta \cdot \Delta L + L \cdot \Delta\beta$$

Źródłem wydłużenia światłowodu  $\Delta L$  mogą być zmiany: temperatury otoczenia, ciśnienia, siły działające na światłowód, itp., zaś zmiana stałej propagacji  $\Delta\beta$  może być spowodowana zmianą: współczynnika załamania rdzenia lub płaszczka, wymiarów lub kształtu przekroju światłowodu.

Uwaga: bardzo ważną przyczyną są zmiany indukowane termicznie, w tym: chciane (istota czujnika), nie chciane (zakłócenie pomiaru).



## Zmiany fazy indukowane termicznie

Czynniki wpływające na zmianę fazy przy wymuszeniu termicznym:

- zmiana długości światłowodu,
- temperaturowa zależność współczynnika załamania rdzenia i płaszczka,
- zmiana średnicy światłowodu,
- temperaturowe wymuszenie naprężeń – źródło wtórne (do zaniedbania).

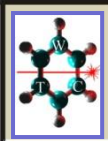
Współczynnik rozszerzalności liniowej  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dT} = \frac{1}{D} \cdot \frac{dD}{dT} \left[ \frac{1}{K} \right] \quad D - \text{średnica rdzenia}$$

Zmiana fazy wywołana zmianą temperatury o  $\Delta T$  wynosi:

$$\Delta\varphi(\Delta T) = \beta \cdot \frac{\partial L}{\partial T} \Delta T + L \cdot \frac{\partial \beta}{\partial T} \cdot \Delta T$$

Wpływ temperatury na  $\beta$  jest poprzez zmianę  $n$  rdzenia i płaszczka oraz zmianę  $D$ . Ponieważ materiały rdzenia i płaszczka są prawie identyczne różnią zatem ich właściwości temperaturowe są też zbliżone, zatem:



$$\frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \beta}{\partial n} \cdot \frac{\partial n}{\partial T} + \frac{\partial \beta}{\partial D} \cdot \frac{\partial D}{\partial T}$$

stąd:

$$\Delta \varphi(\Delta T) = k \cdot L \cdot n \left[ \alpha + \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} + \frac{d\beta}{dD} \cdot \frac{D \cdot \alpha}{k} \right] \cdot \Delta T$$

Ostatni człon korzystnie jest wyrazić jako funkcję unormowanych parametrów światłowodu:  $b$  - względna stała propagacji oraz  $V$  - znormalizowana częstotliwość fali:

$$b = \frac{N^2 - n_p^2}{n_r^2 - n_p^2}$$

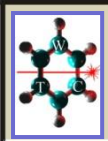
$$V = k \cdot D \cdot \sqrt{n_r^2 - n_p^2}$$

$N$  - unormowana stała propagacji (efektywny współczynnik załamania),  $n_{r,p}$  - współczynnik załamania światła materiału odpowiednio rdzenia i płaszczka.

Dalej

$$\frac{d\beta}{dD} = \frac{d\beta}{db} \cdot \frac{db}{dV} \cdot \frac{dV}{dD}$$

gdzie  $db/dV$  jest charakterystyczne dla światłowodu i wynosi ok. 0,5, zaś



$$\beta = k \cdot \sqrt{b(n_r^2 - n_p^2) + n_p^2}$$

Zatem

$$\frac{d\beta}{db} = \frac{k^2(n_r^2 - n_p^2)}{2\beta} = \frac{V^2}{2\beta D^2} \quad \text{oraz} \quad \frac{dV}{dD} = k \sqrt{n_r^2 - n_p^2} = \frac{V}{D}$$

Czyli

$$\frac{d\beta}{dD} = \frac{V^3}{4\beta \cdot D^3}$$

Co daje

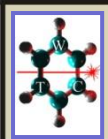
$$\Delta\varphi(\Delta T) = k \cdot L \cdot n \left[ \alpha + \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} + \frac{V^3 \cdot \alpha}{4\beta \cdot D^2 \cdot k} \right] \cdot \Delta T$$

Zmiana temperatury o 1 (K) światłowodu o  $L=1$  (m)

Światłowod	Zmiana $L$	Zmiana $n$	Zmiana $D$	razem
kwarcowy	6,25 rad	84,5 rad	0,01 rad	90,76 rad
szklany	100,5 rad	26,8 rad	1,0 rad	128,3 rad

decydujące znaczenie odgrywają dwa efekty:  
temperaturowa zmiana długości oraz zmiana współczynnika załamania.





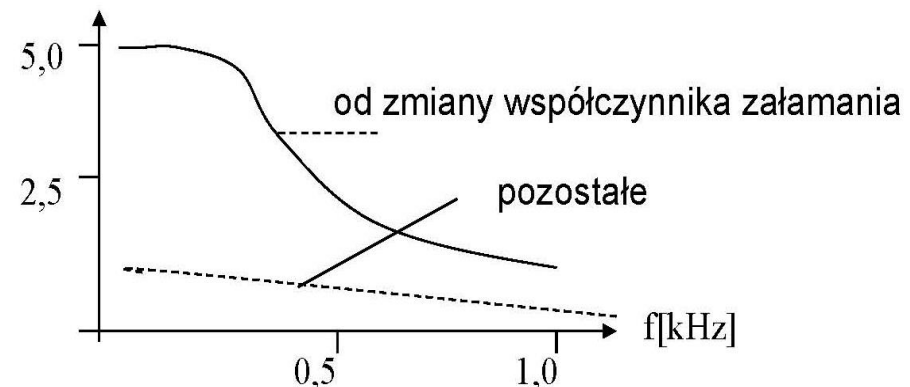
Współczynnik  $\alpha$  zmienia się nieznacznie dla różnych składów szkieł, zaś zmiany  $n$  przy zmianach temperatury są bardzo różne. W zależności od składu szkieł oraz  $\lambda$  zmiany  $n$  mogą przyjmować wartości od  $-10^{-5}$  do  $\sim +2 \times 10^{-5}$  [1/K]. Zatem dla pewnych szkieł zmiany  $\Delta\varphi$  od wydłużenia i zmiany  $n$  mogą się kompensować. Wpływ na czułość temperaturową ma także pokrycie.

1. W światłowodzie bez pokrycia dzięki małej przewodności cieplnej  $\text{SiO}_2$  naprężenia wzdłużne oraz radialne są małe. O czułości decyduje człon pochodzący od zmiany  $n$ . W światłowodzie szklanym – decyduje człon pochodzący od zmiany długości. Także płaszcz kwarcowy ma małą przewodność cieplną, zatem zmiany temperatury nie docierają szybko do rdzenia, zatem czułość spada ze wzrostem częstotliwości  $f$  [kHz] wymuszenia termicznego.

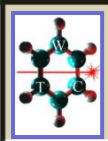
Dla dynamicznych zmian  $T$ ,  $C_n$  zależy od:

- zmiennej w czasie  $T$  rdzenia światłowodu,
- amplitudy zmian  $T$  na brzegu,
- zmian  $n$  przy zmianach  $T$ ,
- od współczynników Pockelsa dla rdzenia,
- odkształceń względnych poosiowych i promieniowych.

$$C_n = (\Delta\varphi / (\varphi \cdot T_a)) 10^{-8} \text{ [1/K]}$$

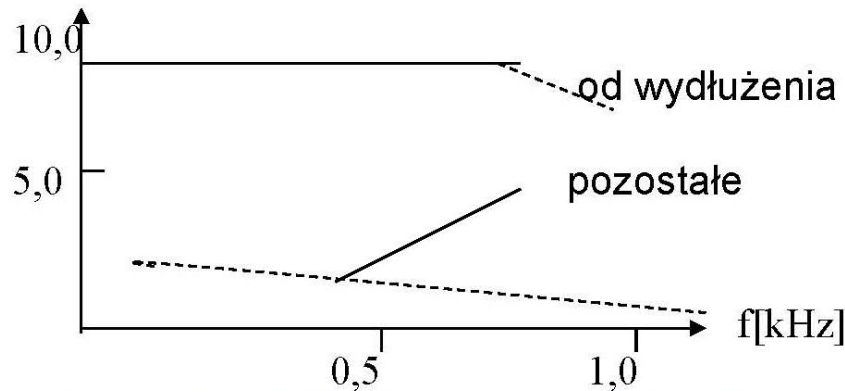


Temperaturowa czułość fazowa przetwornika bez pokrycia



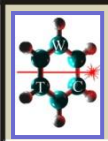
2. W światłowodzie z pokryciem decydujące znaczenie ma naprężenie wzdłużne spowodowane dużym współczynnikiem  $\alpha$  materiałów pokryciowych, powodujących wydłużenie światłowodu. Najkorzystniejsze charakterystyki z punktu widzenia zastosowań na czujniki temperatury mają światłowody pokryte warstwą metalu np. Al. Uzyskuje się możliwość detekcji zmian temperatury rzędu  $10^{-6}$  [K] z częstością do około 50 [kHz].

$$C_n = \Delta\varphi / (\varphi \cdot T_a) \cdot 10^{-8} \text{ [1/K]}$$



Temperaturowa czułość fazowa przetwornika z pokryciem metalicznym.

Jeśli chce się zabezpieczyć światłowód od wpływu zmian temperatury to powinno się stosować pokrycie wytlumiające wpływ temperatury np. plastikowe, które dzięki małej przewodności cieplnej powoduje znaczny spadek wpływu temperatury na zmianę czułości fazowej światłowodu.



## Mechaniczne wymuszenie zmiany fazy

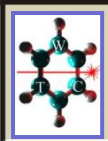
Po przejściu światła przez odcinek światłowodu o długości  $L$  następuje zmiana fazy (dokładniej opóźnienie) o

$$\varphi = \beta \cdot L.$$

W wyniku wymuszeń mechanicznych (naprężenia, deformacje, itp.) mogą być zmienione oba te czynniki.

Naprężenia i deformacje w ciele sprężystym (światłowód), są opisywane tensorami drugiego rzędu. W granicach sprężystości obowiązuje prawo Hoocka, mówiące o liniowej zależności składowych naprężeń i odkształceń. Tensory naprężeń  $\sigma_{kl}$  i odkształceń  $e_{kl}$  są zawsze symetryczne, przy czym ich osie główne nie muszą pokrywać się z osiami głównego tensora przenikalności elektrycznej  $\epsilon_{kl}$ .

Zatem jeśli działania zewnętrzne wymusiły naprężenia w ośrodku sprężystym jakim jest światłowód, to symetria optyczna ośrodka może ulec zmianie. Np. ośrodek izotropowy przed wymuszeniem może stać się anizotropowy pod wpływem wymuszenia mechanicznego.



## a. Relacja naprężeń i odkształceń w zakresie liniowości (prawo Hoocka)

Jeśli na światłowód działa wzdłużna siła  $P$  [N] co odpowiada naprężeniu w przekroju światłowodu  $\sigma$  [N/m<sup>2</sup>], to następuje zmiana długości światłowodu o  $\Delta L$  oraz średnicy o  $\Delta D$ . Gdy  $\Delta L > 0$  to  $\Delta D < 0$  i na odwrót.

Niech względne odkształcenie liniowe w kierunku wzdłużnym jest  $e = \Delta L / L$  a w kierunku poprzecznym  $e' = \Delta D / D$ , wtedy

$$e = \sigma / E \qquad e' = -\nu \cdot \sigma / E$$

$E$  - współczynnik sprężystości wzdłużnej tzw. moduł Younga [N/m<sup>2</sup>] zaś  $\nu$  - współczynnik przewężenia poprzecznego tzw. współczynnik Poissona (dla światłowodów  $\nu < 0,5$ ).

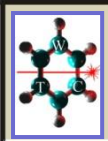
Wydłużenie i przewężenie wynoszą odpowiednio:

$$\Delta L = (P \cdot L) / (E \cdot A) = \sigma \cdot L / E$$

$$\Delta D = (-\nu \cdot P \cdot D) / (E \cdot A) = (-\nu \cdot \sigma \cdot D) / E$$

$A$  - przekrój poprzeczny światłowodu.

Zatem wydłużenie oraz przewężenie jest proporcjonalne do naprężenia w przekroju światłowodu, a znaki ich są przeciwne.



W ogólnym przypadku mamy do czynienia z sytuacją bardziej złożoną.  
Dla ogólnego stanu naprężeń prawo Hoocka:

$$e_x = [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]/E = e_{11}$$

$$e_y = [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]/E = e_{22}$$

$$e_z = [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E = e_{33}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = e_{12}$$

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz}/G = e_{23}$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G = e_{31}$$

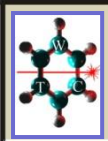
gdzie:

$\gamma_{ik}$  - odkształcenia styczne,

$\sigma_{ik}$  - naprężenia ścinające,

$G = E/[2(1+\nu)]$  [Pa] - współczynnik sprężystości poprzecznej tzw. moduł Kirchhoffa,

$e_x, e_y, e_z$  - względne odkształcenia główne.



Dla ośrodków osiowo-symetrycznych jakimi są światłowody, korzystnie jest relacje między naprężeniami a odkształceniami opisać we współrzędnych cylindrycznych:

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_z \end{bmatrix}$$

gdzie:  $\lambda$ ,  $\mu$  - stałe Lamé, związane ze współczynnikiem Poissona  $\nu$  oraz modułem Younga  $E$  zależnościami:

$$\nu = \frac{\lambda + 2\mu}{3}$$

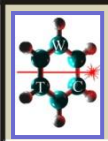
$$E = \mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu)$$

$$\lambda = (\nu \cdot E)/[(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$$

$$\mu = 0,5 \cdot E/(1 + \nu)$$

Ponieważ odkształcenia światłowodów zakładamy w granicach sprężystości, zatem spełnione są poniższe zależności dotyczące naprężeń:

$$\frac{\partial(r \cdot \sigma_r(r))}{\partial r} = \sigma_\theta(r), \quad \sigma_z(r) = \sigma_r(r) + \sigma_z(r), \quad \sigma_r(r) = \frac{1}{r^2} \cdot \int_0^r r \cdot \sigma_z(r) dr$$



## b. Efekt **elastoptyczny** fotosprężysty

Jeśli ośrodek materialny jest poddany deformacji, to tensor dielektryczny  $\epsilon_{ik}$  wynosi:

$$\epsilon_{ik} = \epsilon_{ik}^0 + a_{iklm} \cdot e_{lm}$$

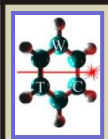
gdzie  $\epsilon_{ik}^0$  - składowa tensora przenikalności elektrycznej bez odkształceń,  $a_{iklm}$  - tensor czwartego rzędu, symetryczny względem par wskaźników  $(i,k)$ ,  $(l,m)$ . Drugi człon uwzględnia zmianę przenikalności elektrycznej w wyniku odkształceń.

Dla różnych symetrii kryształu liczba niezerowych składowych tensora  $a_{iklm}$  jest różna. W układzie współrzędnych  $(x,y,z)$ , którego osie pokrywają się z osiami głównymi tensora przenikalności elektrycznej bez odkształceń, elipsoidę  $\epsilon_{ik}^0$  można zapisać równaniem:

$$\frac{x^2}{\epsilon_{11}^0} + \frac{y^2}{\epsilon_{22}^0} + \frac{z^2}{\epsilon_{33}^0} = 1$$

Działanie odkształceń przekształca tę elipsoidę w inną, którą można opisać równaniem:

$$b_{11}x^2 + b_{22}y^2 + b_{33}z^2 + b_{23}yz + b_{31}zx + b_{12}xy = 1$$



Uwzględniając symetrię tensorów względem par wskaźników  $(i,k)$  ( $l,m$ ) zwykle stosuje się skrócone oznaczenia macierzowe, zastępując pary wskaźników - jednym, ale zmieniającym się od 1 do 6, wg poniższego indeksowania.

Oznaczenie tensorowe	11	22	33	23 lub 32	31 lub 13	21 lub 12
wektorowe	1	2	3	4	5	6

Uwzględniając powyższe oraz liniowe zależności odkształcenia oraz polaryzowalności od odkształceń możemy napisać:

$$b_i = n_i^{-2}; \quad \Delta b_i = \sum_{k=1}^6 p_{ik} e_k \quad \text{gdzie: } i,k=1,\dots,6$$

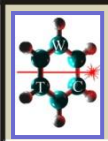
przy czym  $n_i$  jest zmienionym w wyniku naprężenia współczynnikiem załamania. Zatem:

$$\Delta n_i = -0,5n_i^3 \cdot \Delta b_i$$

Definicja	symbol	włókno kwarcowe	włókno szklane
Wsp. fotosprężysty	$p_{11} = p_{22} = p_{33}$	0,12	0,1
Wsp. fotosprężysty	$p_{12} = p_{21} = p_{31} = p_{13} = p_{23} = p_{32}$	0,27	0,2
Moduł Younga	$E$ [N m <sup>-2</sup> ]	$7,29 \times 10^{10}$	$8,15 \times 10^{10}$
Wsp. Poissona	$\nu$	0,17	0,21

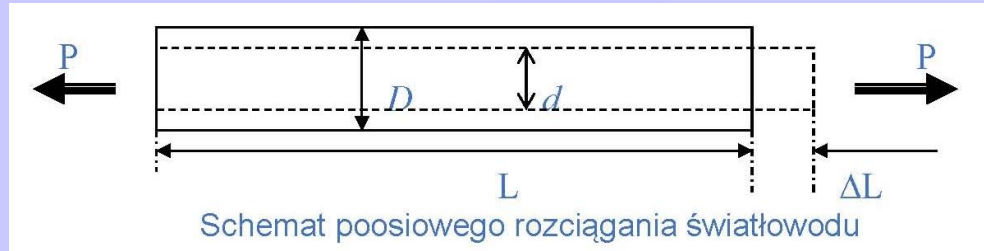
$$2p_{44} = p_{11} - p_{12}$$





## b1. Rozciąganie poosiowe

Przyjmijmy naprężenia klasyczne  $\sigma_x=10^5$  [N/m<sup>2</sup>] (dla włókna o średnicy 125  $\mu\text{m}$  naprężenie to powstaje przy obciążeniu światłowodu masą 1,56 [g])



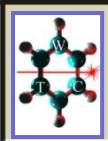
Jeśli działa siła wzdłużna  $P$  [N], co daje naprężenie w przekroju poprzecznym  $\sigma=P/A$ , to następuje zmiana długości włókna oraz średnicy. Jeśli długość rośnie to średnica maleje i na odwrót.

- względne wydłużenie w kierunku działania siły rozciągającej jest proporcjonalne do od naprężenia wynikłego z działania siły rozciągającej ( $E$  – moduł Younga)

$$e_1 = \sigma_1/E$$

- względna zmiana wymiarów poprzecznych jest proporcjonalna do naprężenia wynikłego z siły rozciągającej i ma przeciwny znak ( $\nu$  - współczynnik Poissona)

$$e_2 = e_3 = -\nu \cdot \sigma_1/E$$



- zmiana właściwości optycznych

$$\Delta b_1 = p_{11} \cdot e_1 + p_{12} \cdot e_2 + p_{13} \cdot e_3 = p_{11} \cdot e_1 + 2p_{12} \cdot e_2$$

$$\Delta b_2 = p_{21} \cdot e_1 + p_{22} \cdot e_2 + p_{23} \cdot e_3 = p_{12} \cdot e_1 + (p_{12} + p_{12}) \cdot e_2$$

$$\Delta b_3 = p_{31} \cdot e_1 + p_{32} \cdot e_2 + p_{33} \cdot e_3 = p_{12} \cdot e_1 + (p_{12} + p_{12}) \cdot e_2$$

$$\Delta b_i (i = 4, 5, 6) = 0$$

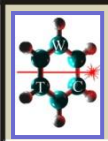
Stąd zmiana współczynnika załamania w kierunku działania siły oraz w kierunkach poprzecznych

$$\Delta n_1 = n_1^3 \cdot \sigma_1 (\nu \cdot p_{12} - 0,5 \cdot p_{11}) / E$$

$$\Delta n_{2,3} = -0,5 \cdot n_{2,3}^3 \cdot \sigma_1 (p_{11} + p_{12}) / E$$

gdzie  $n_i$  – współczynnik załamania bez wymuszenia.

W wyniku działania siły rozciągającej współczynnik załamania światła po osi x (– wzdłuż siły rozciągającej) jest różny od współczynnika w płaszczyźnie poprzecznej.



Wkłady poszczególnych składników: efektu wydłużenia, efektu zmiany współczynnika załamania oraz zmiany średnicy światłowodu na zmianę fazy ilustruje poniższe równanie:

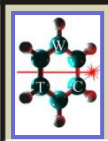
$$\Delta\varphi = k \cdot n \cdot \Delta L + k \cdot L \cdot \Delta n_{2,3} + L \frac{\partial\beta}{\partial D} \cdot \Delta D$$

Pierwszy człon równania opisuje zmianę fazy od zmiany długości, drugi od zmiany współczynnika załamania (składowa poprzeczna do kierunku biegu promienia) zaś trzeci człon od zmiany średnicy falowodu.

Dla światłowodu o długości 1 [m] poddanego temu oddziaływaniu

światłowód	$\Delta L[\mu\text{m}]$	$\Delta n_{2,3}$	$\Delta D[\mu\text{m}]$	$\Delta\varphi[\text{rad}]$
kwarcowy	1,4	$-4,3 \times 10^{-7}$	$-6,9 \times 10^{-7}$	16,08
szklany	1,2	$-0,78 \times 10^{-7}$	$-4 \times 10^{-7}$	17,23

Zasadniczy wpływ na zmianę fazy ma wydłużenie światłowodu oraz zmiana współczynnika załamania. Wkład od zmiany średnicy jest przynajmniej o rząd mniejszy.



## b2. Ciśnienie radialne

Przy ciśnieniu radialnym  $\Delta P_r$  [N/m<sup>2</sup>] zależność na zmianę fazy wynosi:

$$\Delta\varphi = k \cdot L \cdot n \left\{ \frac{2\nu}{1-\nu} + 0,5 \cdot n^2 \left[ (p_{11} + p_{12}) - \frac{2\nu}{1-\nu} p_{12} \right] - \frac{D}{k \cdot n} \frac{d\beta}{dD} \right\} \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \Delta P_r$$

Dla światłowodów jak poprzednio oraz przy wymuszeniu  $\Delta P_r = 10^5$  [N/m<sup>2</sup>] = 1 bar = 1013 [hPa] zmiana faz składowych (od wydłużenia, od zmiany współczynnika załamania oraz zmiany średnicy) wynoszą:

- dla światłowodu kwarcowego

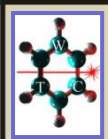
$$\Delta\varphi = 6,85[\text{rad}] + 4,98[\text{rad}] - 0,05[\text{rad}] = 11,8[\text{rad}]$$

- dla światłowodu szklanego

$$\Delta\varphi = 7,82[\text{rad}] + 3,25[\text{rad}] - 0,13[\text{rad}] = 10,9[\text{rad}]$$

Gdyby zatem na 1 [m] światłowodu działające ciśnienie zmieniło się o 1 [hPa] to zmiana fazy wyniesie 0,01 [rad].

Zanurzony światłowód w wodzie – przy zmianie głębokości zanurzenia 1 [m] odcinka o 1 [m] powoduje zmianę fazy o 1,1 [rad].



### b3. 3-kierunkowe ciśnienie hydrostatyczne

Naprężenia w światłowodzie we wszystkich kierunkach są identyczne:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$$

Z prawa Hoocka określimy odkształcenia:

$$e_1 = e_2 = e_3 = [\sigma_1 - \nu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)]/E = -p(1 - 2\nu)/E$$

$$\Delta n_1 = \Delta n_2 = \Delta n_3 = \frac{n^3}{2E} (1 - 2\nu)(p_{11} + 2p_{12})$$

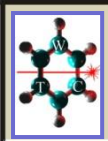
Zatem zmiana fazy wywołana zmianą ciśnienia hydrostatycznego wynosi

$$\Delta\varphi = -\beta \frac{1-2\nu}{E} + \beta \cdot n^2 (p_{11} + p_{12}) \frac{1-2\nu}{2E} - V^3 \frac{1-2\nu}{\beta \cdot E \cdot D} \cdot \frac{d\beta}{dD}$$

Podobnie jak poprzednio - pierwszy człon opisuje zmianę od wydłużenia, drugi od zmiany współczynnika załamania a trzeci od zmiany średnicy. Przy zmianie ciśnienia o 1 bar zmiany fazy w światłowodzie kwarcowym wynoszą odpowiednio:

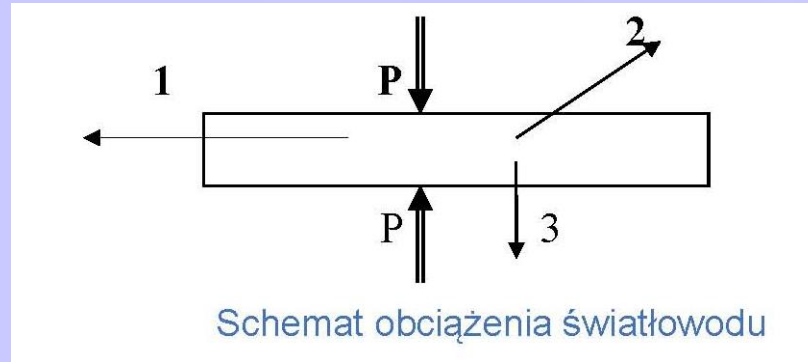
$$\Delta\varphi = -13,63[rad] + 9,55[rad] - 0,009[rad] = -4,09[rad]$$

Podstawowa zmiana to przeciwny znak zmiany fazy od wydłużenia. Ciśnienie hydrostatyczne powoduje skrócenie światłowodu.



## b4. Naprężenia poprzeczne

Przyjmujemy niezerowe naprężenia poprzeczne np. w kierunku poprzecznym ściskanie ( $\sigma_3 < 0$ ) - wywołuje to: wydłużenie, zmianę współczynnika załamania na kierunkach głównych, zmianę średnicy na kierunku działania siły i w poprzek działania siły.



a. wydłużenie

$$\Delta L = L \cdot e_1 = -\nu \cdot \sigma_3 / E$$

b. zmianę współczynnika załamania na kierunkach głównych

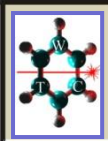
$$\Delta n_{1,2} = -0,5 \cdot n^3 \cdot \sigma_3 [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] / E$$

$$\Delta n_3 = -0,5 \cdot n^3 \cdot \sigma_3 (p_{11} - 2\nu \cdot p_{12}) / E$$

c. zmianę średnicy na kierunkach głównych pocienienie na kierunku działania siły a pogrubienie – na prostopadłym

$$\Delta D_3 = D \cdot e_3 = \sigma_3 / E$$

$$\Delta D_2 = D \cdot e_2 = -\nu \cdot \sigma_3 / E$$



Zatem poprzeczne naprężenia wywołują zmianę kształtu przekroju poprzecznego na eliptyczny oraz dwójłomność optyczną. W efekcie pojawia się dwójłomność liniowa, którą dla typowego włókna  $\text{SiO}_2$  można opisać jako:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_3 = \frac{4n^2 \cdot F \cdot (1+\nu)(p_{12}-p_{11})}{\pi \cdot D \cdot E} \quad [\text{rad/m}]$$

gdzie  $F$  - siła poprzeczna przyłożona do włókna na jednostkę długości  $F=P/L$  [N/m]. Zatem różnica faz między ortogonalnymi modami narasta wraz z odległością.

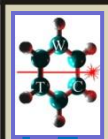
$$\Delta\chi(x) = \Delta\varphi \cdot x$$

W wyniku tego, SOP zmienia się wzdłuż włókna i powtarza się co odcinek zwany drogą bicia  $L_p$ .

$$L_p = \frac{2\pi}{\Delta\beta}$$

Przykładem wytworzenia dwójłomności liniowej może być także zgięcie włókna o promieniu rdzenia  $a$  w łuk o promieniu krzywizny  $R$  nie powodującym uszkodzeń mechanicznych ( $R > 12$  mm). Uzyskana dwójłomność zależy od liczby falowej, wymiarów rdzenia i promienia krzywizny oraz właściwości światłowodu.

$$\Delta\beta = 0,25 \cdot k \cdot n^2 (p_{11} - p_{12})(1 + \nu) \cdot \left(\frac{a}{R}\right)^2$$



## b5. Skręcenie światłowodu

Jeśli we włóknie nie występuje dwójłomność liniowa, to jego skręcenie wywołuje naprężenia skrętne, które wytwarzają dwójłomność kołową. Jeśli skręcenie jest jednorodne, to włókno można zamodelować jako dyskretny rotator z rotacją rosnącą proporcjonalnie do długości:

$$\psi(L) = g \cdot \xi \cdot L = \alpha \cdot L$$

$g$  - stała materiałowa (dla  $\text{SiO}_2$  wynosi  $g=0,073$ ),  $\xi$  - skręcenie włókna w radianach na metr długości,  $L$  - długość włókna.

Dwójłomność kołowa to różnica między stałą propagacji modu spolaryzowanego kołowo prawo- i lewoskrętnie:

$$\Delta\beta_c = \beta^- - \beta^+ = 2\xi \cdot g = 2\alpha$$

Znormalizowana dwójłomność kołowa wyraża się jako:

$$B_c = \Delta\beta_c \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = \xi \cdot g \cdot \lambda / \pi = n^2(p_{11} - p_{12}) \cdot \lambda \cdot \xi$$

Jeśli zaś skręcimy światłowód który bez skręcenia jest liniowo dwójłomny, to azymut polaryzacji będzie doznawał zmiany wzdłuż włókna, a dwójłomność będzie raz dodatnia a raz ujemna. W efekcie opóźnienie między ortogonalnymi modami będzie oscylować między małą dodatnią a małą ujemną wartością - redukując dwójłomność liniową  $\rightarrow$  przetwornik silnych pól magnetycznych.