

18. Pole magnetyczne prądów stałych

- pole magnetyczne:
 - rys historyczny
 - podstawowe właściwości
 - skąd się bierze pole magnetyczne
- indukcja magnetyczna \vec{B} ,
- siła Lorentza \vec{F}_L ,
- siła elektrodynamiczna,
- prawo Biota-Savarta.



Pole magnetyczne – rys historyczny

- W V wieku p.n.e. Grecy odkryli skałę, która przyciąga żelazo. Skała ta występowała w rejonie **Magnezji** (Μαγνησία). Stąd nazwa tej skały **magnetyt** i zjawiska **magnetyzm**.

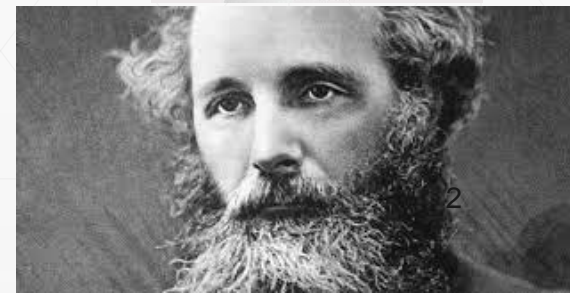


- W I wieku n.e. Chińczycy stosują namagnesowaną łyżeczkę jako kompas.
- Pierwsza wzmianka o stosowaniu kompasu w Europie pochodzi z roku 1190.

- W roku 1820 duński fizyk Oersted odkrył, że igła magnetyczna reaguje na płynący prąd w przewodniku.



- W roku 1861 James Clerk-Maxwell formułuje równania wiążące elektryczność z magnetyzmem.

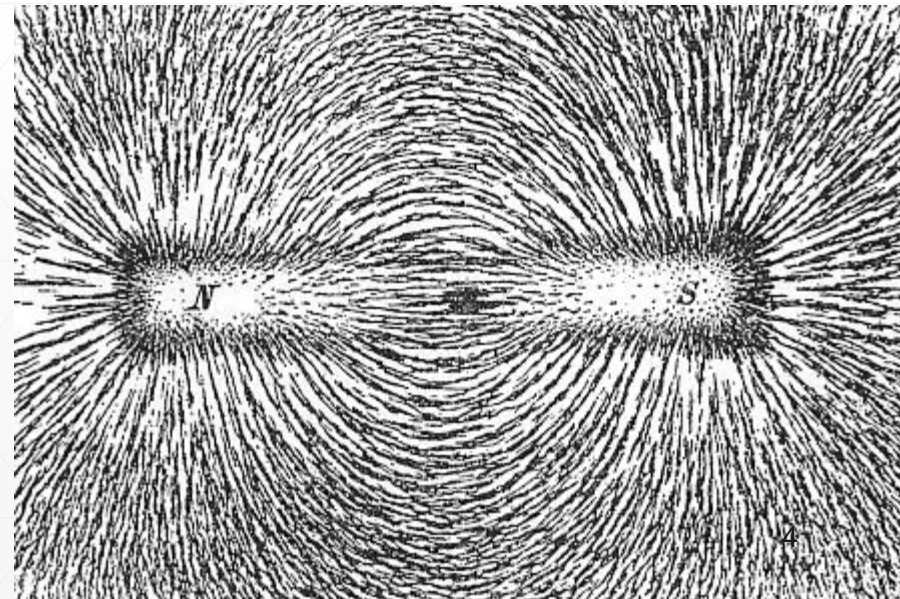


Pole magnetyczne – podstawowe właściwości doświadczalne

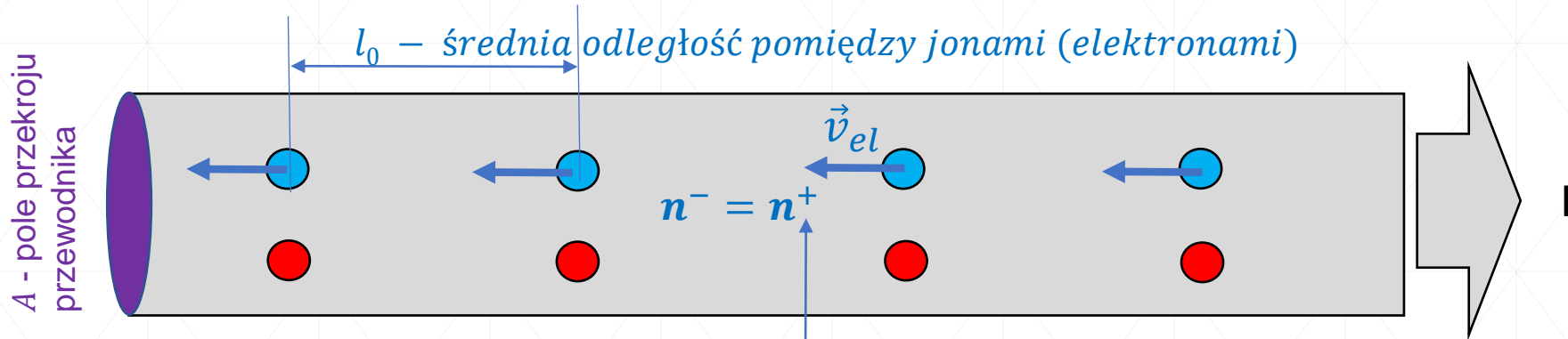
- Pole magnetyczne to stan przestrzeni, w której na poruszające się ładunki działają siły.
- Pole magnetyczne **nie działa** natomiast na ładunki nieruchome.
- Pole magnetyczne jest polem wektorowym, które może istnieć w próżni – bez ośrodka materialnego.
- Pole magnetyczne w ośrodkach materialnych jest przez te ośrodki modyfikowane.
- Pole magnetyczne jest polem bezźródłowym, czyli nie istnieje coś takiego jak ładunek (monopol) magnetyczny.
- Pole magnetyczne przechodzi przez różne materiały (w tym metale) podczas, gdy pole elektryczne jest przez metale **ekranowane**.

Skąd się bierze pole magnetyczne?

- Pole magnetyczne jest inną formą istnienia pola elektrycznego.
- Można je traktować jako **relatywistyczną poprawkę** do pola elektrycznego – pojawia się tylko przy ruchu ładunków.
- Źródłem pola magnetycznego są poruszające się ładunki (płynące prądy) oraz magnesy trwałe. Cząstki elementarne zachowują się także jak elementarne magnesy.
- Teoretycznie można by opisywać elektrodynamikę bez pojęcia pola magnetycznego, ale byłoby to (również ze względów historycznych) bardzo niewygodne...



Pole magnetyczne jako relatywistyczna poprawka do pola elektrycznego

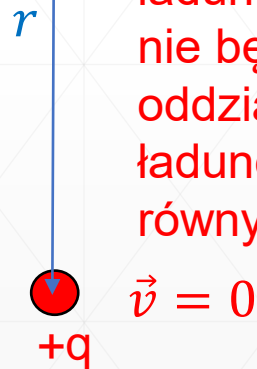


Przewodnik miedziany składa się z nieruchomych ładunków **dodatnich** (jonów sieci) oraz z **elektronów** poruszających się w lewo z prędkością dryftu \vec{v}_{el} . Jeżeli przez n^- oznaczymy koncentrację elektronów swobodnych w przewodniku to wówczas wzór na natężenie prądu I przyjmie postać:

$$I = n^- e v_{el} A$$

Koncentracja jonów $n^+ = n^-$ bo przewód jest elektrycznie obojętny.

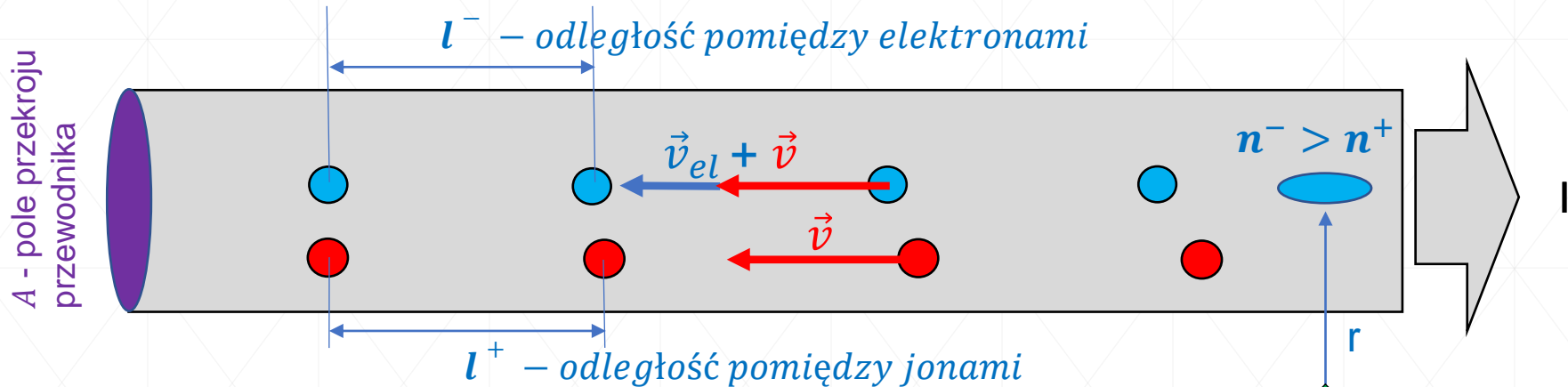
Jeżeli w odległości r pojawi się ładunek $+q$, który się nie porusza to nie będzie on odczuwał żadnego oddziaływania z przewodnikiem, bo ładunek wypadkowy przewodnika równy jest zero.



ale wystarczy tylko poruszyć ładunek $+q$ w prawo z prędkością \vec{v}



Pole magnetyczne jako relatywistyczna poprawka do pola elektrycznego



W układzie poruszającego się wzdłuż przewodu ładunku $+q$ jony sieci poruszają się w lewo z prędkością \vec{v} , a ładunki ujemne elektrony z prędkością $\vec{v} + \vec{v}_{el}$. Zgodnie z relatywistyczną zasadą skrócenia długości Lorentza odległości między ładunkami ujemnymi l^- stają się mniejsze niż dodatnimi l^+ , a zatem widziana przez ładunek $+q$ gęstość ładunku ujemnego w przewodniku staje się większa od gęstości ładunku dodatniego. W efekcie tak jakby przez ruch ładunku $+q$ przewód stał się **naładowany ładunkiem ujemnym** i przyciągał ładunek $+q$ siłą \vec{F} :

$$F = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{I}{r} qv$$

gdzie c – prędkość światła w próżni

Tu nigdzie nie ma słowa o polu magnetycznym! ⁶

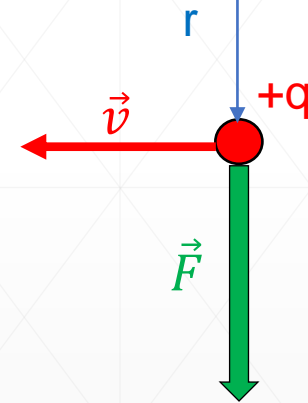
Pole magnetyczne jako relatywistyczna poprawka do pola elektrycznego

Jeżeli zmieni się zwrot prędkości \vec{v} naładowanej cząstki $+q$ na przeciwny wówczas zmieni się także zwrot siły \vec{F} i cząstka jest **odpychana** od przewodnika. Ładunek $+q$ widzi, że efektywnie przewód jest naładowany ładunkiem dodatnim.



W przypadku pola elektrycznego natężeniem \mathbf{E} pola nazywamy stosunek siły elektrycznej do ładunku (F/q). W przypadku, gdy mamy do czynienia z polem, którego siła zależy i od ładunku $+q$ i od prędkości v wprowadza się wielkość charakteryzującą pole w postaci wektora \mathbf{B} nazywanego indukcją magnetyczną równą:


$$\mathbf{B} = \frac{F}{qv} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{I}{r} \quad \text{gdzie wielkość } \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \text{ to przenikalność magnetyczna próżni}$$



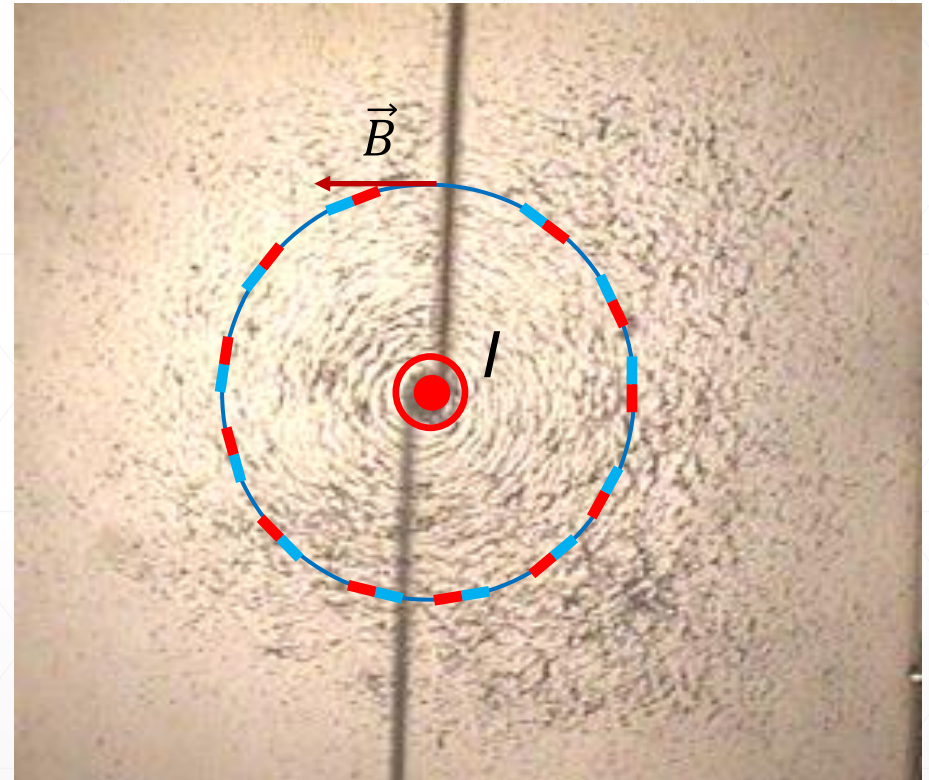
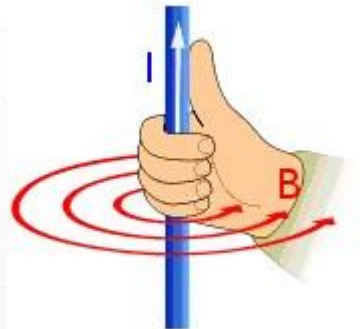
Czyli korzystając tylko z pojęcia pola elektrycznego oraz ze wzorów wynikających ze szczególnej teorii względności Einsteina pokazaliśmy, że ładunek q poruszający się z prędkością \vec{v} wzdłuż przewodnika w którym płynie prąd o natężeniu I oddziałuje z tym przewodnikiem i to oddziaływanie nazwaliśmy magnetycznym. ⁷


Wektor indukcji magnetycznej \vec{B} wskazuje kierunek pola magnetycznego

Na około prostoliniowego przewodnika z prądem tworzy się pole, które możemy zauważyć wykorzystując drobne opiłki żelaza.

Linie pola magnetycznego wskazują kierunek indukcji magnetycznej \vec{B} i są wyznaczone przez kierunek igieł magnetycznych: 

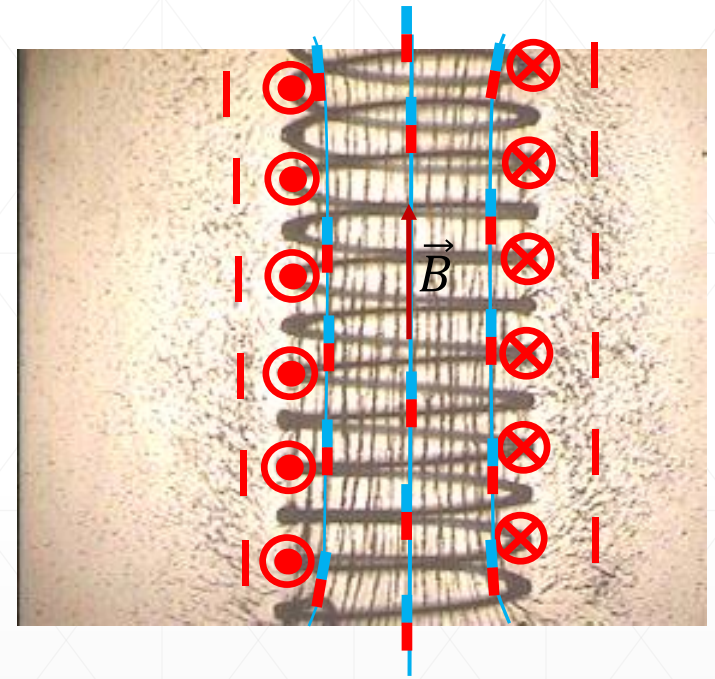
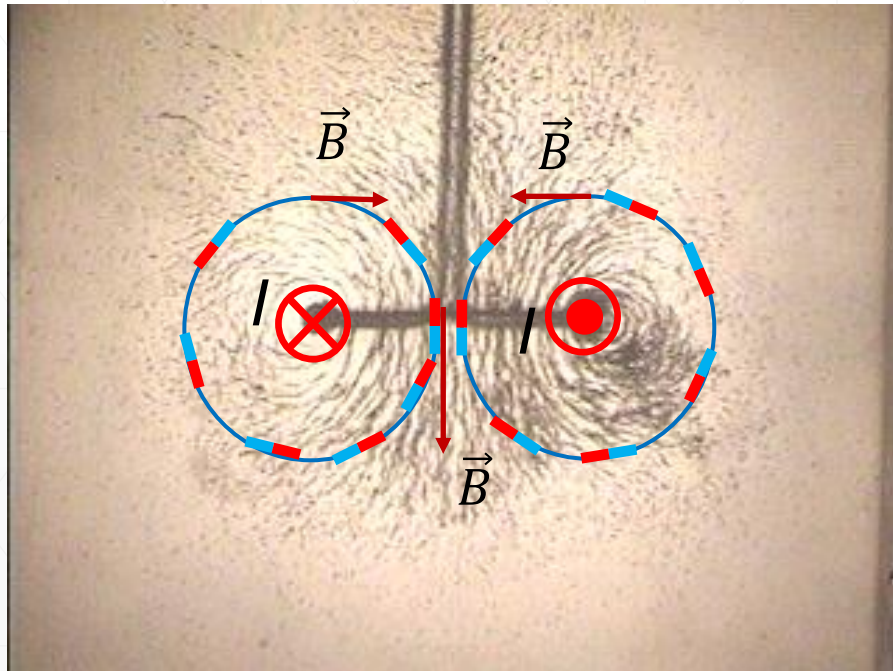
reguła
prawy
dłoni



Igła magnetyczna , która jest dipolem magnetycznym, zachowuje się w polu magnetycznym dokładnie tak samo jak dipol elektryczny, jej moment dipolowy układa się zgodnie z liniami pola.

Wektor indukcji magnetycznej \vec{B} wskazuje kierunek pola magnetycznego

Na około pętli kołowej prostopadłej do kartki papieru igły magnetyczne układają się jak na rysunku. W środku pętli indukcja pola magnetycznego \vec{B} jest największa.



Gdy złożymy kilkanaście takich pętli kołowych powstanie **solenoid**, w którym pole magnetyczne \vec{B} jest równoległe i głównie skupione w środku cewki.

pole elektryczne

pole magnetyczne

- Pole elektryczne jako pole wektorowe w przestrzeni jest charakteryzowane natężeniem pola elektrycznego: \vec{E} .
- Na ładunek (dodatni) q (stojący czy poruszający się) działa siła elektryczna: $\vec{F} = q\vec{E}$.
- Siła ta jest współliniowa z wektorem natężenia pole elektrycznego \vec{E}

- Pole magnetyczne jako pole wektorowe w przestrzeni jest charakteryzowane indukcją magnetyczną \vec{B} .
- Na nieruchomy ładunek (dodatni) q nie działa żadna siła magnetyczna.
- Siła magnetyczna działa, gdy ładunek q się porusza, zależy od wartości wektora \vec{B} i wartości wektora prędkości \vec{v} i jest prostopadła do obu wektorów.
- Gdy wektory \vec{B} i \vec{v} są równoległe to siła nie występuje.
- Siła magnetyczna nie jest współliniowa z wektorem \vec{B} .

Siła Lorentza – siła działająca na poruszające się ładunki w polu \vec{B}

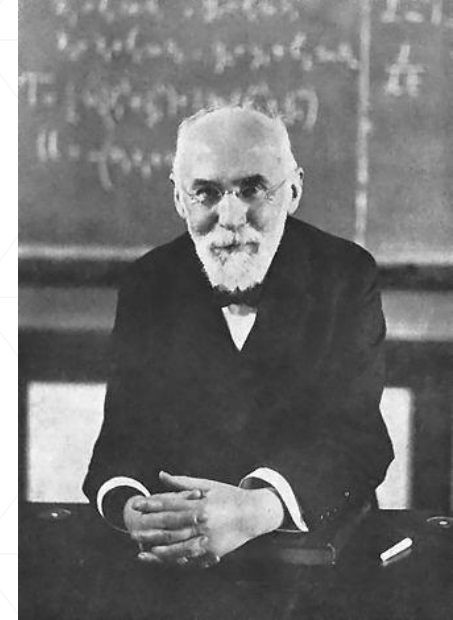
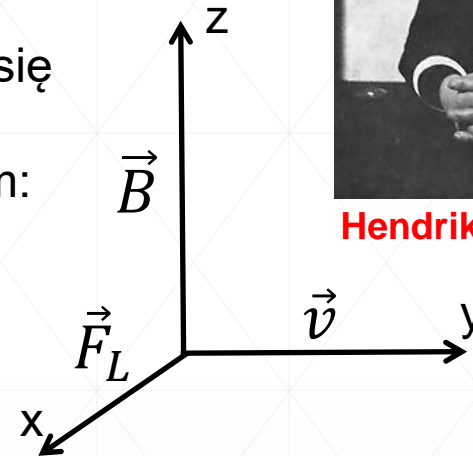
Te wszystkie fakty doświadczalne prowadzą do definicji **siły Lorentza**:

Jeżeli w polu magnetycznym o indukcji \vec{B} porusza się z prędkością \vec{v} ładunek o wartości $+q$ to siła działająca na ten ładunek będzie wyrażona wzorem:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad F_L = qvB \sin \alpha(\vec{v}, \vec{B})$$

Siła Lorentza jako iloczyn wektorowym dwóch wektorów \vec{v}, \vec{B} :

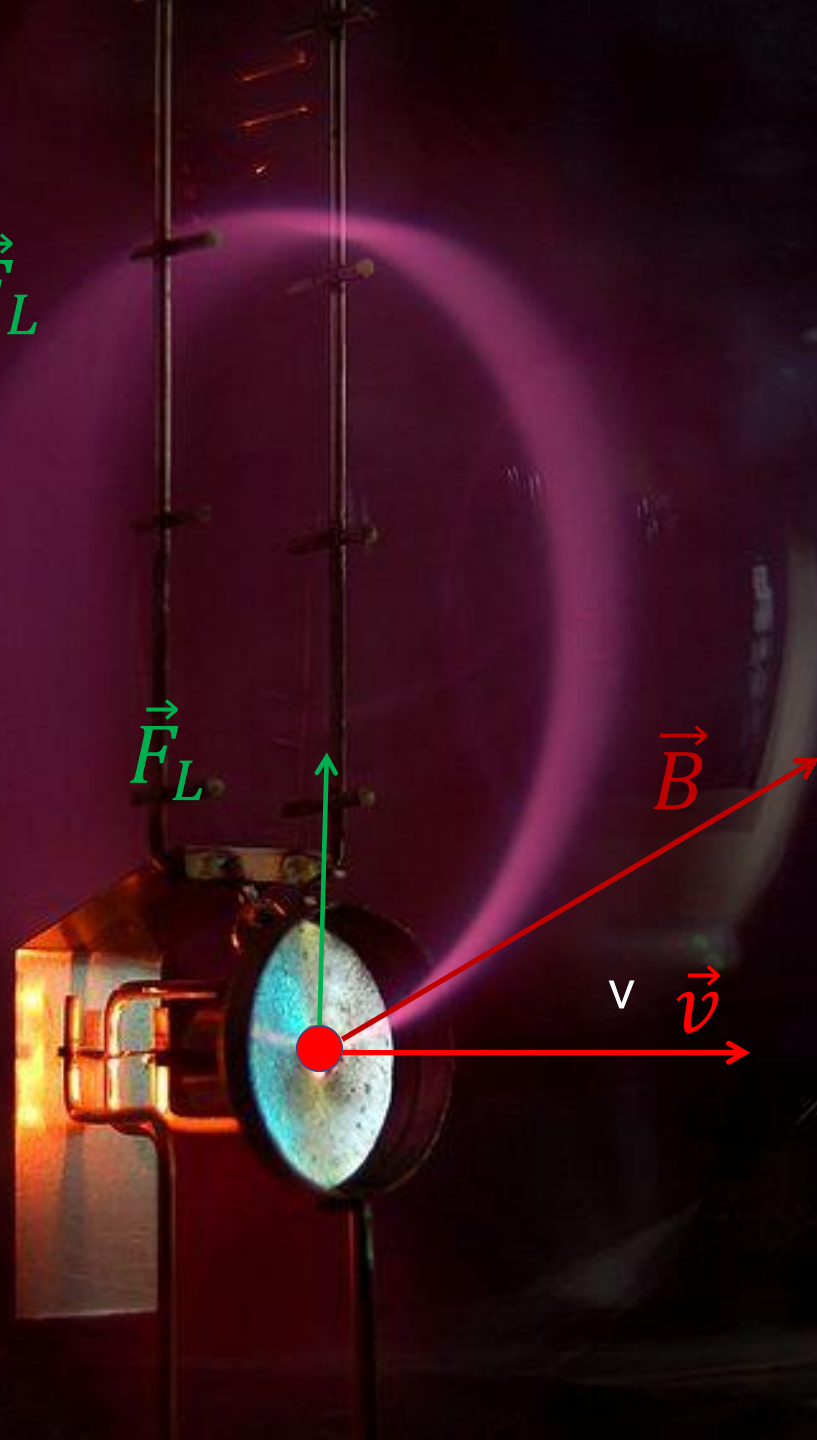
- jest prostopadła do płaszczyzny tworzonej przez wektory: \vec{v} i \vec{B} ,
- zeruje się gdy wektory \vec{v} i \vec{B} są wzajemnie równoległe,
- zmienia zwrot przy zmianie znaku wektora (\vec{v} lub \vec{B}).



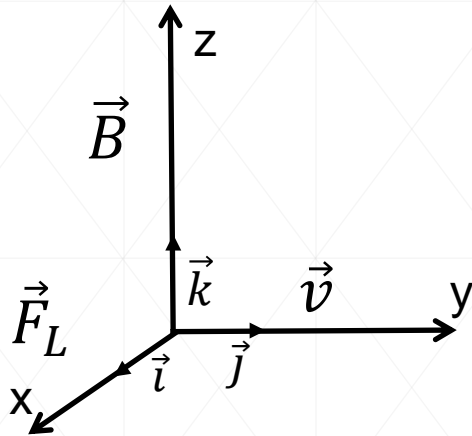
Hendrik Antoon Lorentz

Ponieważ siła Lorentza \vec{F}_L jest zawsze prostopadła do prędkości \vec{v} naładowanej cząstki nie może ona spowodować zwiększenia wartości prędkości cząstki. Zmienia za to (zakrzywia) tor ruchu cząstki.

Siła Lorentza \vec{F}_L



Definicja siły Lorentza



Jeżeli znamy współrzędne obu wektorów \vec{v} i \vec{B} to składowe siły Lorentza \vec{F}_L można obliczyć za pomocą wyznacznika:

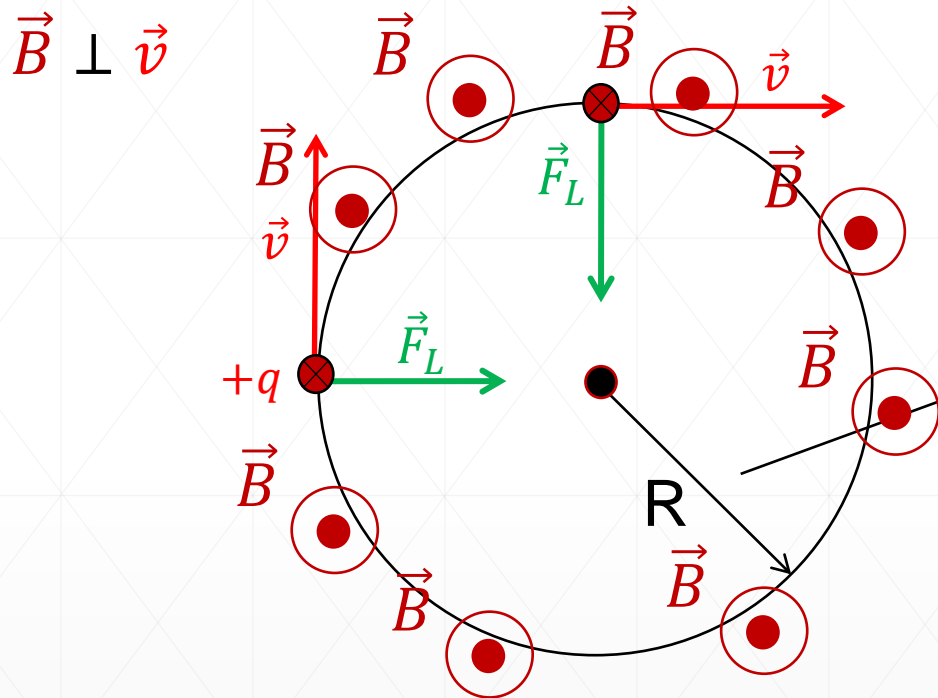
$$\begin{bmatrix} F_{Lx} \\ F_{Ly} \\ F_{Lz} \end{bmatrix} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Np. na rysunku powyżej wektor prędkości \vec{v} jest równoległy do osi 0y, a wektor indukcji magnetycznej \vec{B} jest równoległy do osi 0z, wówczas siły Lorentza \vec{F}_L będzie równoległa do osi 0x.

$$\begin{bmatrix} F_{Lx} \\ F_{Ly} \\ F_{Lz} \end{bmatrix} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} qv_y B_z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Siła Lorentza jako siła dośrodkowa

Stała siła \vec{F}_L prostopadła do toru ruchu będzie go jednostajnie zakrzywiać co oznacza, że będzie odgrywała ona rolę siły dośrodkowej \vec{F}_D :



$$\vec{F}_D = \vec{F}_L$$

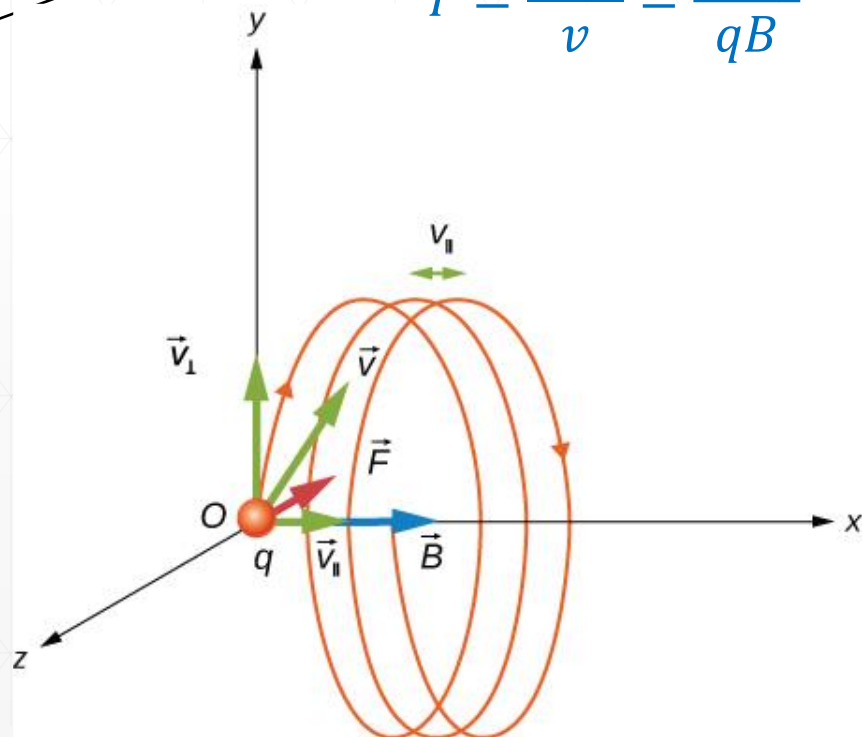
$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Okres obiegu cząstki po okręgu nie zależy od jej prędkości \vec{v} , ponieważ promień toru (czyli i obwód) jest proporcjonalny do prędkości v .

$\vec{B} \nparallel \vec{v}$ ruch cząstki odbywa się po spirali



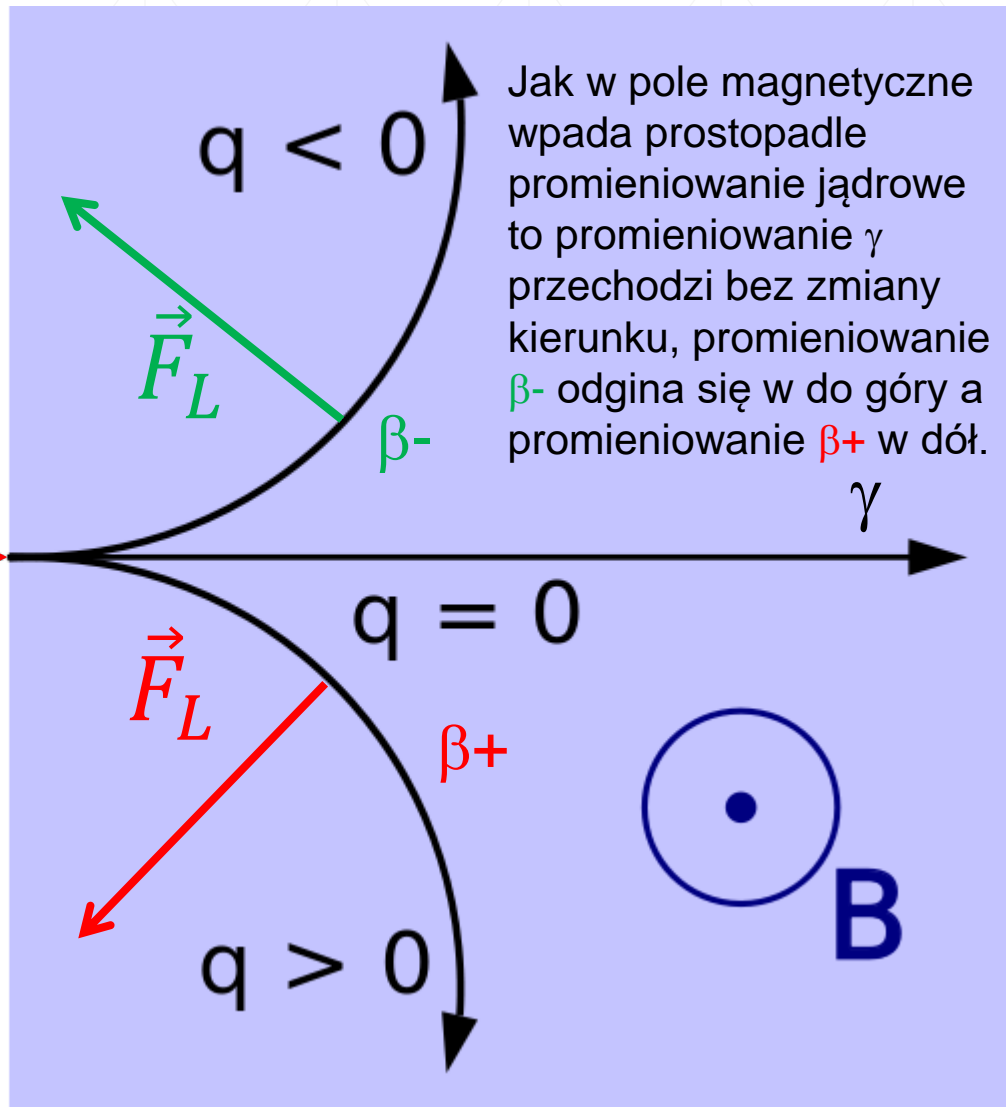
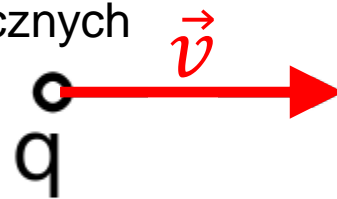
Siła Lorentza

$$R = \frac{mv}{qB}$$



korpusówka wojsk chemicznych

Jak w pole magnetyczne wpadają cząstki posiadające różnoimienne ładunki wówczas ich tory są zakrzywiane w przeciwnych kierunkach.



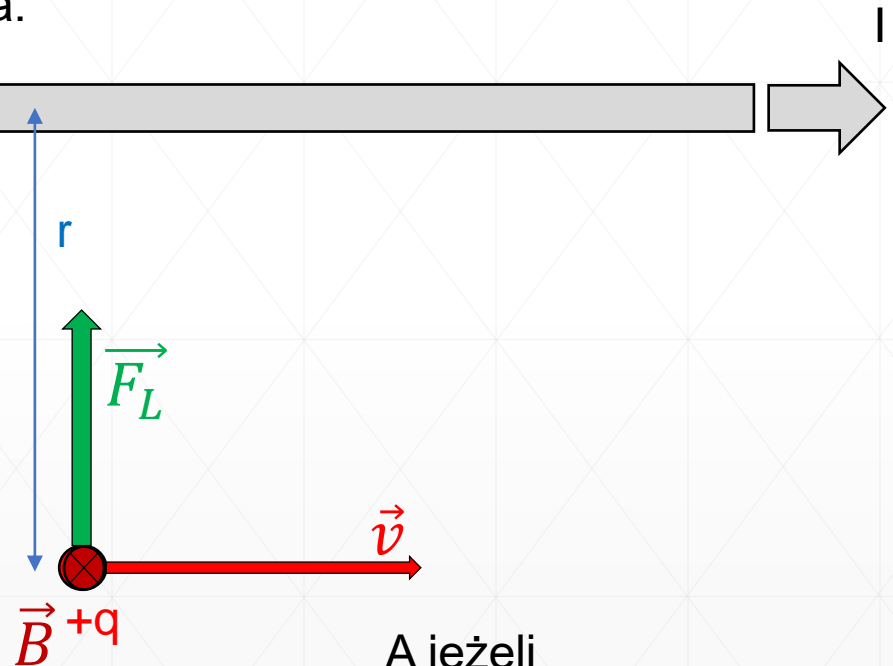
Jaki kierunek i zwrot ma wektor indukcji magnetycznej \vec{B} wokół prostoliniowego przewodnika z prądem?

Widok z boku przewodnika

Pokazaliśmy, że na cząstkę dodatnią poruszającą się wzdłuż nieskończonego prostoliniowego przewodnika z prądem I w kierunku zgodnym z kierunkiem tego prądu działa siła w kierunku przewodnika.

Żeby siła Lorentza była skierowana tak jak na rysunku to indukcja \vec{B} musi być skierowana prostopadle do powierzchni tego slajdu.

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



A jeżeli popatrzymy na to z prawej strony...

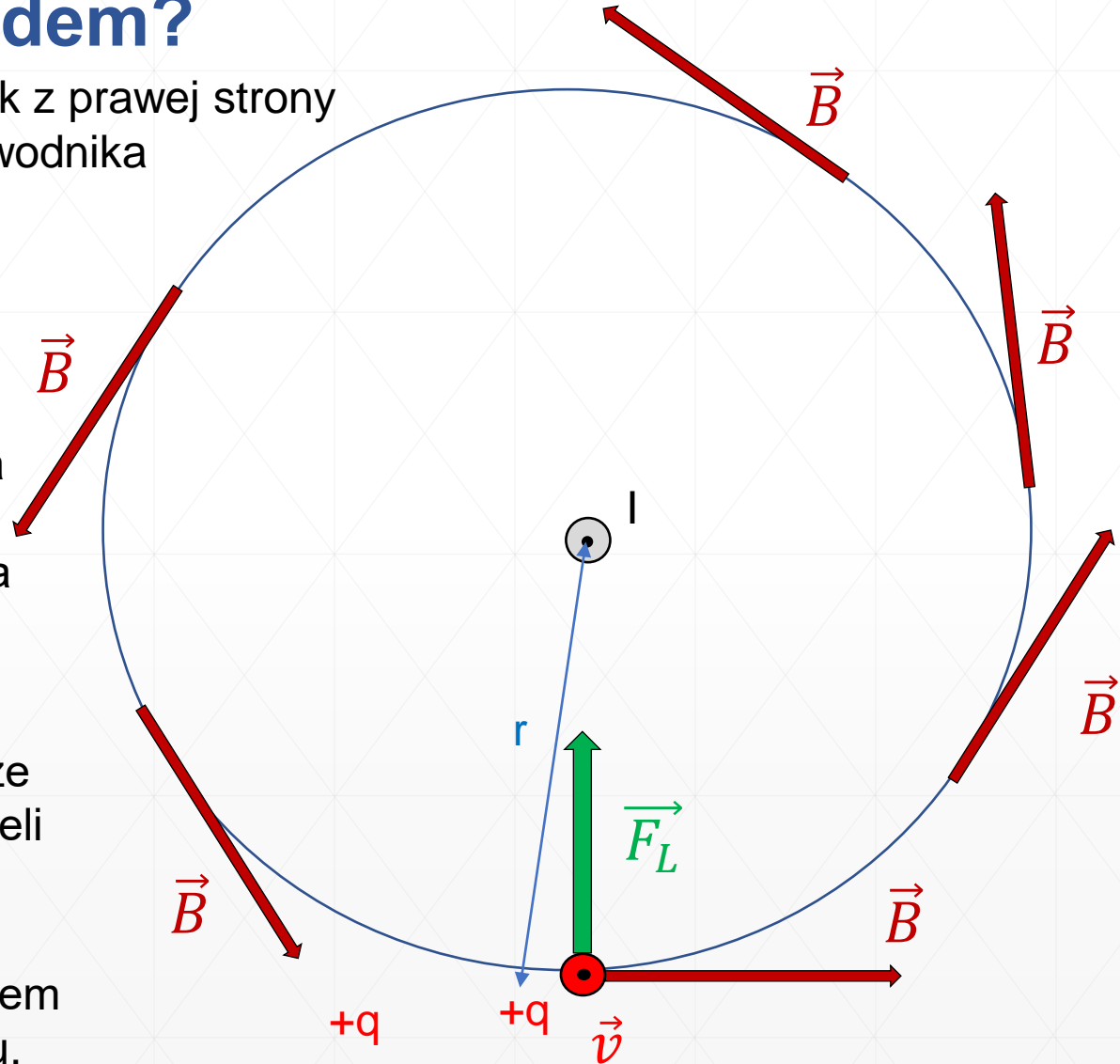


Jaki kierunek i zwrot ma wektor indukcji magnetycznej \vec{B} wokół prostoliniowego przewodnika z prądem?

Widok z prawej strony przewodnika

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

W widoku jak na rysunku obok indukcja \vec{B} musi być skierowana w prawo aby siła Lorentza działała w kierunku przewodnika



Zwrot wektora \vec{B} określa się także zasadą śruby prawoskrętnej: jeżeli kręcimy śrubą prawoskrętną w kierunku pola \vec{B} to ruch śruby powinien być tożsamy z kierunkiem prądu płynącego w przewodniku.

Siła elektrodynamiczna (BIL) - siła magnetyczna

wywierana na przewodnik z prądem w zewnętrznym polu magnetycznym

Prąd I płynący przez przewodnik jest związany z prędkością unoszenia nośników \vec{v}_D relacją $I = nev_D A$

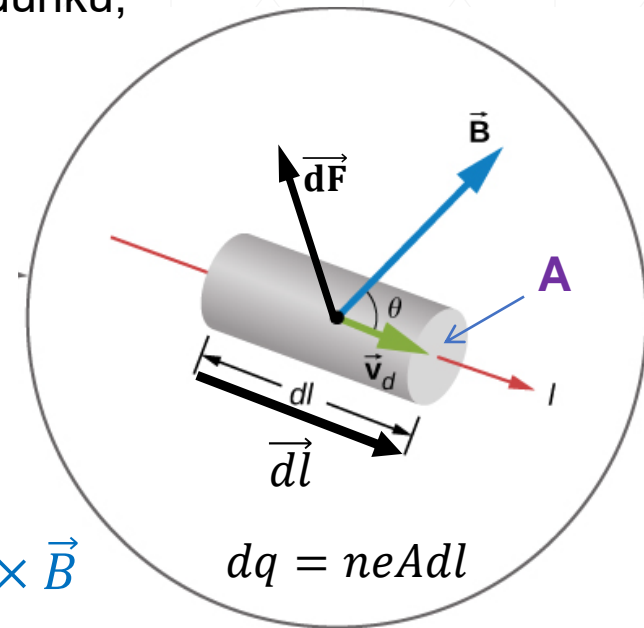
gdzie n jest koncentracją nośników prądu, e wartością ładunku, A polem przekroju przewodnika.

Siła Lorentza działająca na jeden nośnik prądu ma postać:

$$\vec{F}_L = e\vec{v}_D \times \vec{B}$$

Siła $d\vec{F}$ działająca na fragment przewodu o długości dl w którym porusza się ładunek $dq = neAdl$ ma postać:

$$d\vec{F} = neAdl\vec{v}_D \times \vec{B} = nev_D Ad\vec{l} \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$



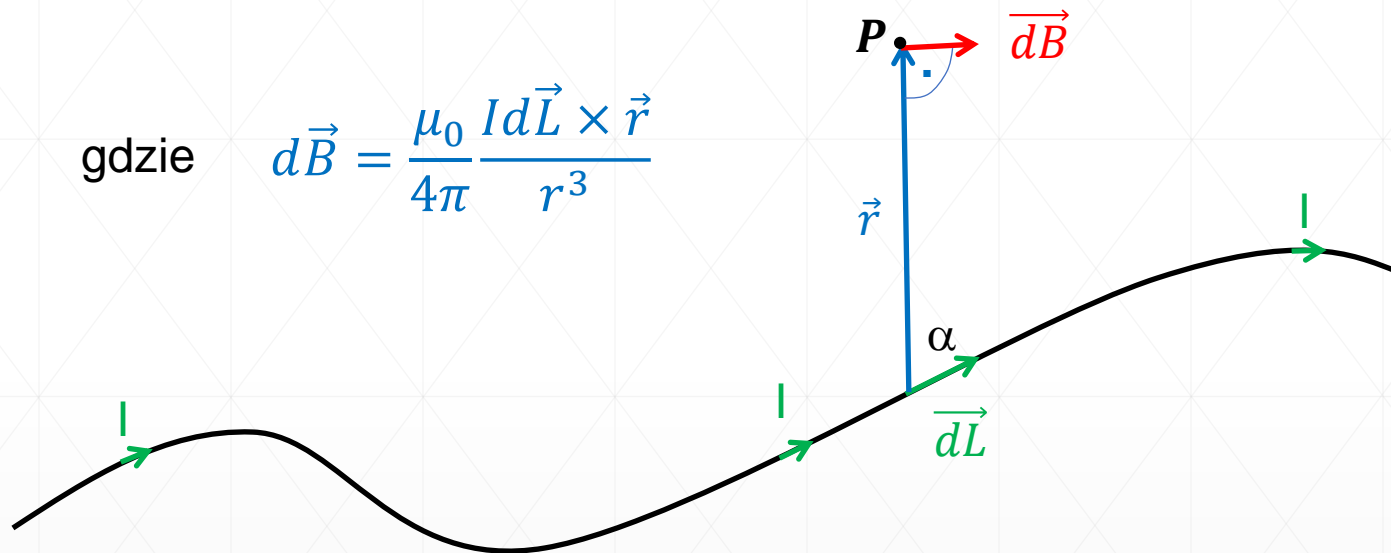
Całkowita siła działająca na przewodnik równa jest sumie (całce) sił $d\vec{F}$ po całej długości przewodnika. Dla przewodnika prostoliniowego:

$$\vec{F} = \int_0^L d\vec{F} = \int_0^L Id\vec{l} \times \vec{B} = I \int_0^L d\vec{l} \times \vec{B} = I\vec{L} \times \vec{B} \quad \text{jeżeli } \vec{B} \perp \vec{L} \text{ to } F = BIL$$

Prawo Biota-Savarta

Prawo Biota-Savarta pozwala określić wektor indukcji pola magnetycznego \vec{B} w dowolnym punkcie przestrzeni P wytwarzanego przez przewód z prądem o skończonej długości L jako sumę (całkę) przyczynków do indukcji pola $d\vec{B}$ wytworzonych przez prąd płynący w elemencie przewodnika $d\vec{L}$ odległym o r od P :

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} \quad \text{gdzie} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{L} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$



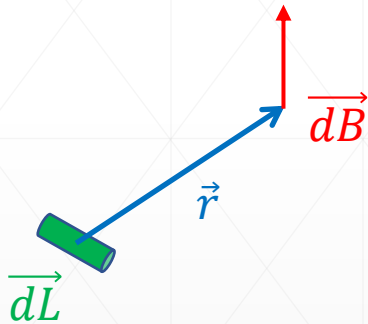
$$dB = \frac{\mu_0 I dL \cdot r \sin \alpha(\vec{r}, d\vec{L})}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL \sin \alpha$$

Przyczynek indukcji pola magnetycznego $d\vec{B}$ jest wprost proporcjonalny do natężenia prądu I i odwrotnie proporcjonalny do kwadratu odległości elementu $d\vec{L}$ od punktu w którym wyznaczmy pole.

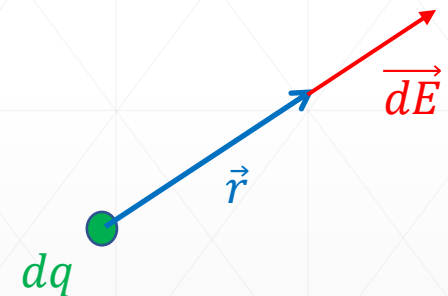
Prawo Biota-Savarta

Prawo Coulomba mówi o tym **jakie pole elektryczne \vec{dE} jest wytwarzane przez ładunek punktowy dq** a prawo B-S mówi **jakie pole magnetyczne \vec{dB} jest wytwarzane przez bardzo krótki element $d\vec{L}$ przewodnika z prądem.**

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot \vec{r}}{r^3}$$

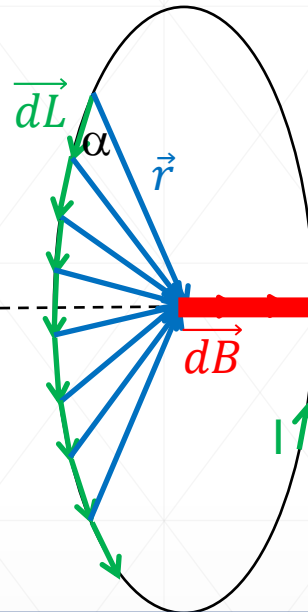


Oba prawa: B-S oraz Coulomba są prawdziwe dla źródeł punktowych. Aby otrzymać natężenie pola elektrycznego od rozkładu ładunków lub indukcję magnetyczną od rozkładu prądów należy wkłady do pola całkowitego: $d\vec{B}$ czy $d\vec{E}$ posumować czyli scałkować po całym obszarze występowania ładunków lub prądów.

Prawo B-S – przykład zastosowania – przewodnik kołowy z prądem

Aby, korzystając z prawa **Coulomba**, obliczyć natężenie pola elektrycznego od dowolnego rozkładu ładunku musimy całkować.

Podobnie jest tu z prawem **B-S**, gdy chcemy wyznaczyć pole magnetyczne od dowolnego rozkładu przewodników.



Kąty α pomiędzy wektorami \vec{r} oraz każdym elementem $d\vec{L}$ są stałe i wynoszą 90° .

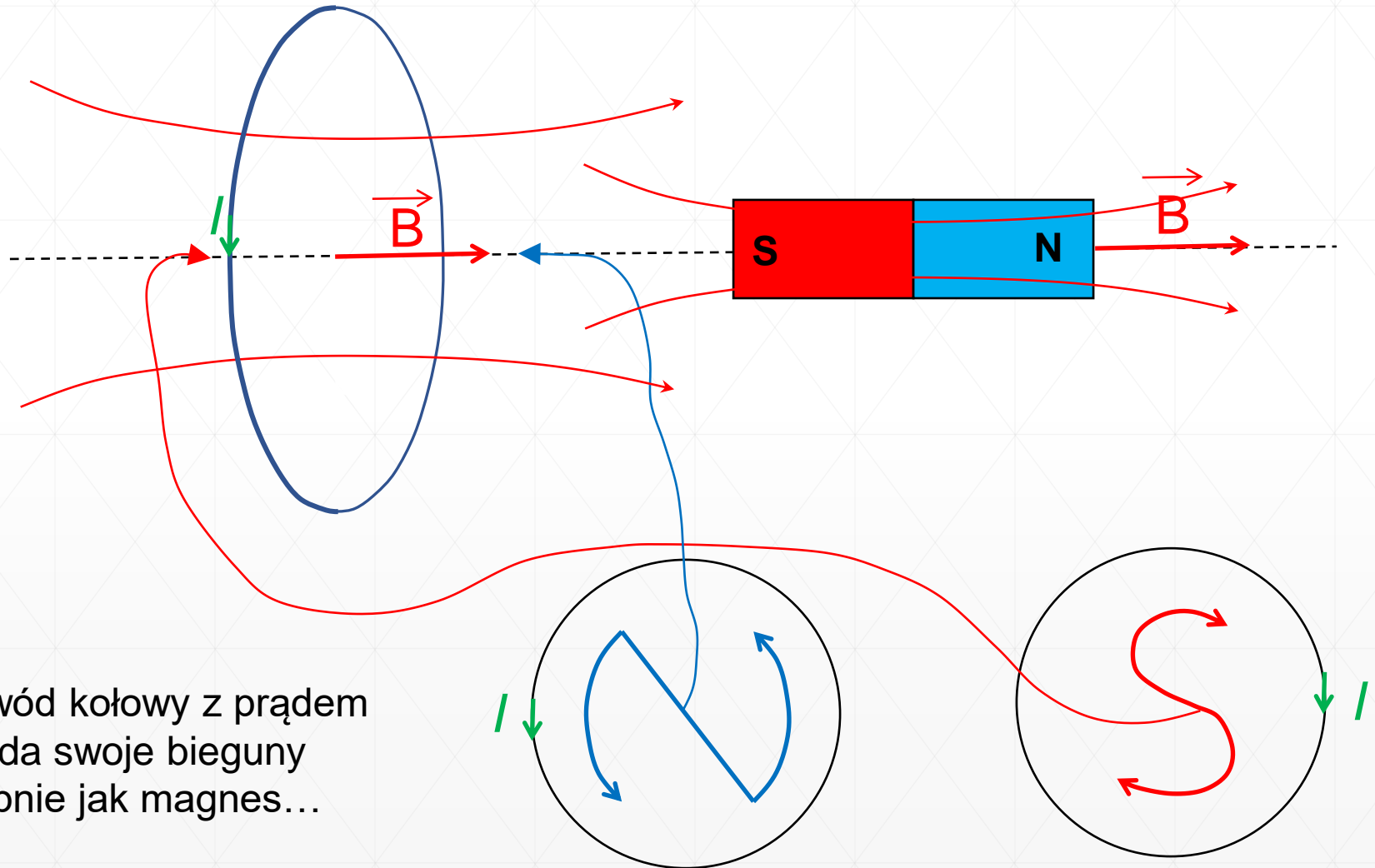
Od każdego fragmentu obwodu kołowego tworzy się małe pole $d\vec{B}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL$$

Wektory $d\vec{B}$ pochodzące od każdego elementu $d\vec{L}$ na obwodzie mają ten sam kierunek i zwrot – czyli sumują się jak skalary w wektor \vec{B} .

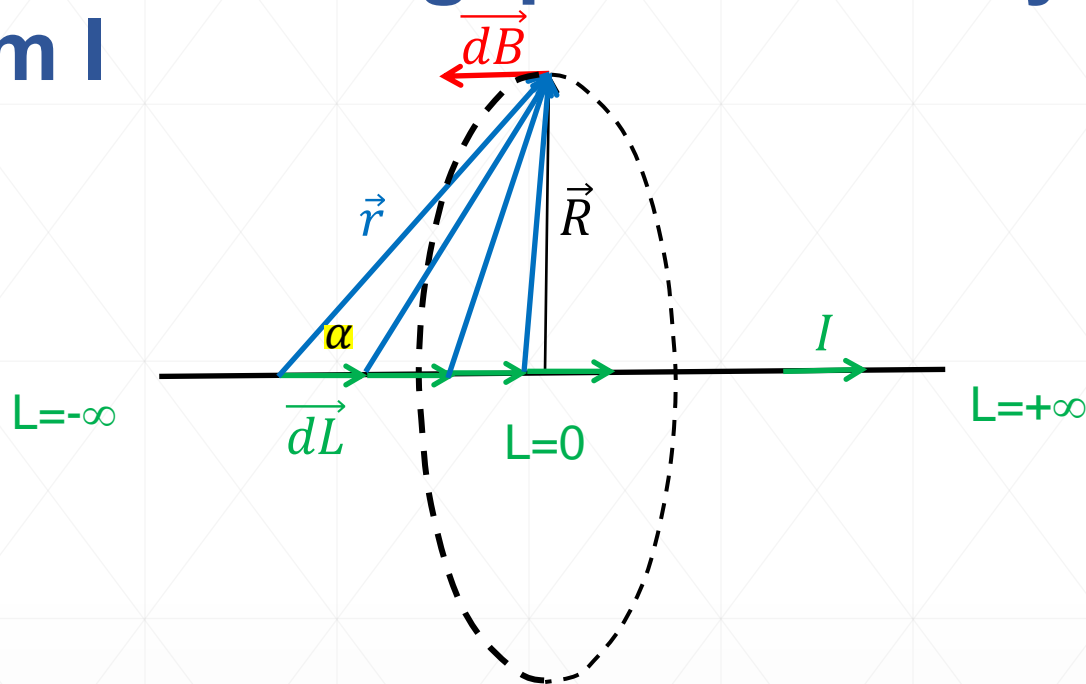
$$\vec{B} = \int_{L=0}^{L=2\pi r} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \int_{L=0}^{L=2\pi r} dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

Przewodnik kołowy z prądem – analogia do magnesu sztabkowego



Przewód kołowy z prądem posiada swoje bieguny podobnie jak magnes...

Prawo B-S – przykład zastosowania – nieskończenie długi prostoliniowy przewodnik z prądem I



Również tu wszystkie wektory \vec{dB} są skierowane tak samo i mają taki sam zwrot więc przy całkowaniu traktujemy je jako skalary

$$B = \int dB = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin \alpha dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \alpha dL}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Tu niestety sprawa jest bardziej skomplikowana niż przy pętli z prądem. Tu zmienia w trakcie całkowania kąt α , promień \vec{r} oraz wektory \vec{dL} .

Podsumowanie

- Pole magnetyczne jako poprawka relatywistyczna do pola elektrycznego,
- Wektor indukcji magnetycznej \vec{B} ,
- Działanie siły Lorentza na poruszające się ładunki
- Prawo Biota-Savarta - wyznaczanie indukcji \vec{B}