

5. Dynamika punktu materialnego

- zasady dynamiki Newtona,
- pęd,
- popęd,
- siły niezachowawcze – tarcie,
- ruch ciała na równi pochyłej.



Siła jako przyczyna ruchu

Codzienne przejawy działania sił:

- utrzymanie się na powierzchni Ziemi – działanie siły grawitacyjnej,
- codzienne czynności: otwarcie okna, podążanie wzdłuż ruchliwej ulicy, dotyk do czyjeś twarzy – wymaga użycia siły!
- struktura ludzkiego ciała - wynik oddziaływań międzycząsteczkowych,
- atomy w ciele stałym łączą się za pomocą sił kulombowskim,
- w jądrach atomowych występują najsilniejsze oddziaływania w przyrodzie – krótko zasięgowe siły jądrowe.

Wniosek:

Siła jest ważnym narzędziem do opisu wielu zjawisk w otaczającym nas świecie.

Kinematyka – zajmuje się matematycznym opisem ruchu ciała, analizą jego położenia, prędkości i przyspieszenia.

Dynamika – to dział fizyki badający przyczyny ruchu ciała, określa związki między ruchem ciała a siłami działającymi na ciało. Pozwala:

- określić ruchu ciała pod działaniem znanych sił,
- wyznaczyć siły działających na ciało, gdy znany jest jego ruch.

**Najważniejsze prawa dynamiki to
trzy zasady dynamiki sformułowane przez Isaaca Newtona.**

Dynamika – badanie przyczyn ruchu (Newton, XVIII w.)

Oddziaływania fundamentalne

Oddziaływania	Źródło	Intensywność względna	Promień działania
Grawitacyjne	Masa	10^{-39}	Daleko-zasięgowe
Słabe	Cząstki elementarne	10^{-15}	Krótko-zasięgowe (10^{-15} m)
Elektro-magnetyczne	Ładunki elektryczne	10^{-2}	Daleko-zasięgowe
Jądrowe (silne)	Hadrony (protony, neutrony, mezony)	1	Krótko-zasięgowe (10^{-15} m)

Masa, pęd, siła

- **masa** – wielkość skalarna

- charakteryzuje właściwości inercjalne ciała, czyli jego uległość wobec oddziaływań na niego innych ciał
- mechanika klasyczna \Rightarrow masa ciała nie zależy od prędkości
- określenie masy poprzez porównanie z masą innego ciała wzorca

- **pęd** – wielkość wektorowa

- wielkość dynamiczna charakteryzująca ruch ciała
- pęd p – iloczyn masy i prędkości ciała

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- **siła** – wielkość wektorowa

- będąca miarą oddziaływań prowadzących do zmiany prędkości – jeśli ciało o masie m porusza się z przyspieszeniem a , to pozostaje ono pod działaniem siły F definiowanej jako

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{jedn. } 1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/ s}^2$$

Siły wewnętrzne i zewnętrzne w układzie ciał



- **układ ciał** – zbiór dwóch lub większej liczby ciał
- **układ zamknięty** – masa układu podczas ruchu nie ulega zmianie
- **siła wewnętrzna** – siła działająca między ciałami składowymi układu
- **siła zewnętrzna** – siła pochodząca ze strony ciał nie należących do układu
- **układ odosobniony (izolowany)** – wypadkowa sił zewnętrznych na układ jest równa zero
- **siły kontaktowe** – wymagające bezpośredniego kontaktu rozpatrywanych ciał
- **siły wynikające z działania pól zewnętrznych (Q)** – wynikające z obecności pola

Rodzaje sił



- Gdy ciało spoczywa na poziomej powierzchni, doznaje działania **siły reakcji** od strony powierzchni, która równoważy **siłę ciężkości** ciała. Siła ta często nazywana jest **siłą nacisku**.
- Gdy ciało spoczywa na równi pochyłej o kącie nachylenia θ , **siła ciężkości** działająca na ciało rozkłada się na składowe: **prostopadłą** oraz **równoległą** do powierzchni równi.
- Siła rozciągająca działająca wzdłuż elastycznego elementu takiego jak kabel bądź lina nazywa się **siłą naciągu**. Gdy ciało zawieszona jest nieruchomo na linie, siła naciągu liny równoważy ciężar zawieszzonego na niej ciała. Gdy obiekt przyspiesza, siła naciągu liny może okazać się większa niż ciężar tego obiektu. Analogicznie podczas zwalniania, naciąg liny okaże się mniejszy niż siła ciężkości.
- **Siła tarcia** występuje w układzie, w którym obiekty się poruszają. Ma zwrot przeciwny do kierunku ruchu ciała i kierunek równoległy do podłoża. Jest to **siła oporu ruchu**.
- **Siła sprężystości** wywierana przez sprężynę podlega prawu Hooke'a. Wartość tej siły jest proporcjonalna do odkształcenia ciała i sprężyny względem jej długości swobodnej oraz do stałej sprężystości sprężyny.
- **Rzeczywiste siły** w układzie mają fizyczne źródło, w odróżnieniu od **sił pozornych**, które występują w układach odniesienia doznających zmiany prędkości – układach nieinercjalnych.

Zasady dynamiki Newtona

- I. Ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym dopóki nie zostanie zmuszone za pomocą odpowiednich sił do zmiany tego stanu (zasada bezwładności)
- II. Szybkość zmiany pędu ciała jest równa sile wypadkowej działającej na to ciało

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{wyp}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}_{wyp}$$

- III. Gdy dwa ciała oddziałują wzajemnie to siła wywierana przez ciało drugie na ciało pierwsze jest równa i przeciwnie skierowana do siły z jaką ciało pierwsze działa na ciało drugie (zasada akcji i reakcji)

$$\vec{F}_{A\leftarrow B} = -\vec{F}_{B\leftarrow A}$$

Zasady te stanowią doskonały przykład uniwersalności i prostoty praw, które panują w przyrodzie i znajdują zastosowanie we wszystkich przypadkach ruchu, zarówno na Ziemi, jak i w kosmosie.

I zasada dynamiki Newtona – przyczyna zachowania stałej prędkości ciała

Z doświadczenia:

- prędkość ciała pozostaje stała (w szczególności równa zero, czyli ciało pozostaje w spoczynku), dopóki oddziaływania ze strony innych ciał (zewnętrzne siły) jej nie zmieniają, czyli wypadkowa siła działająca na to ciało jest równa zero

Ciało

- pozostaje w spoczynku $v = 0$ lub
- porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym dopóki wypadkowa sił zewnętrznych nie zmieni tego stanu, czyli jest równa zero

Układ odniesienia w którym obowiązuje pierwsza zasada dynamiki nazywamy **układem inercyjnym**

II zasada dynamiki Newtona – przyczyna zmiany prędkości ciała

F_{wyp} - wypadkowa siła (suma wektorowa wszystkich sił) działająca na ciało o masie m zmienia jego prędkość, czyli nadaje mu przyspieszenie a



$$\vec{F}_{wyp} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{wyp} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

Ta sama siła F w zależności od wielkości masy ciała wywołuje odpowiednio różne przyspieszenie

- II zasada dynamiki nie jest fundamentalnym prawem fizyki
- nie ma zastosowania dla ciał o bardzo małej masie rzędu mas atomowych – mechanika kwantowa
 - w podanej postaci ma zastosowanie tylko dla ciał o stałej masie

II zasady dynamiki Newtona - ogólna postać

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{wyp}}$$

Szybkość zmiany pędu ciała jest równa sile wypadkowej działającej na to ciało

- ogólniejsza postać II zasady dynamiki Newtona
- słuszna także dla ciał o zmieniającej się masie

$$\vec{F}_{\text{wyp}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$$

dla $\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\text{wyp}} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

- zmiana masy występuje w przypadku:
 - straty lub przyrostu materii
 - dla ciał poruszających się z prędkościami bliskimi prędkości światła c - efekty relatywistyczne

Popęd siły

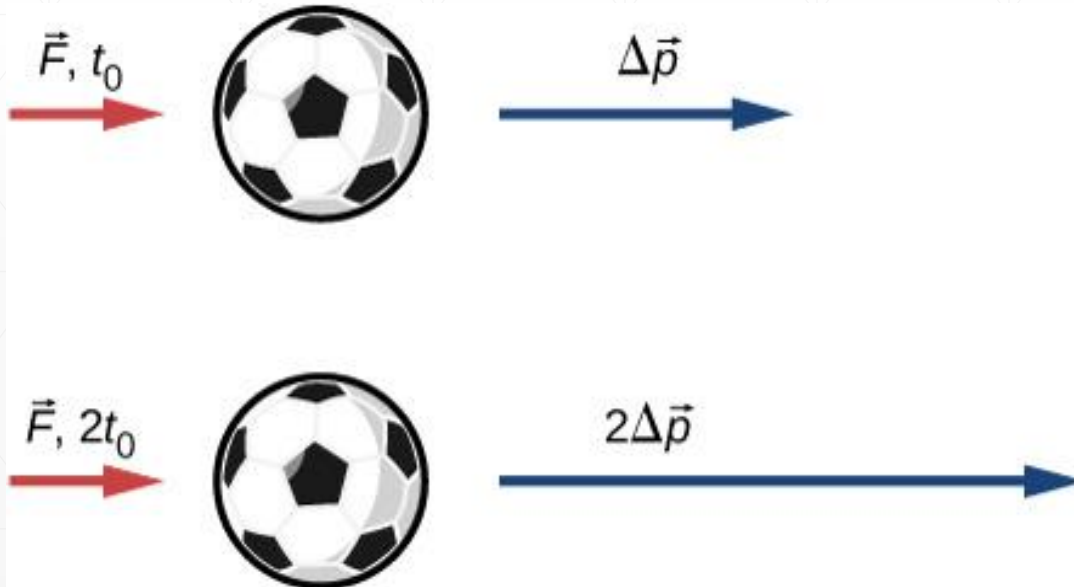
Siła \vec{F} działa na ciało przez krótki przedział czasu Δt .

Popęd siły (impuls siły), wywieranej na ciało zdefiniowany jest jako:

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t$$

Korzystając z II zasady dynamiki Newtona $\vec{F} = m\vec{a}$ otrzymujemy:

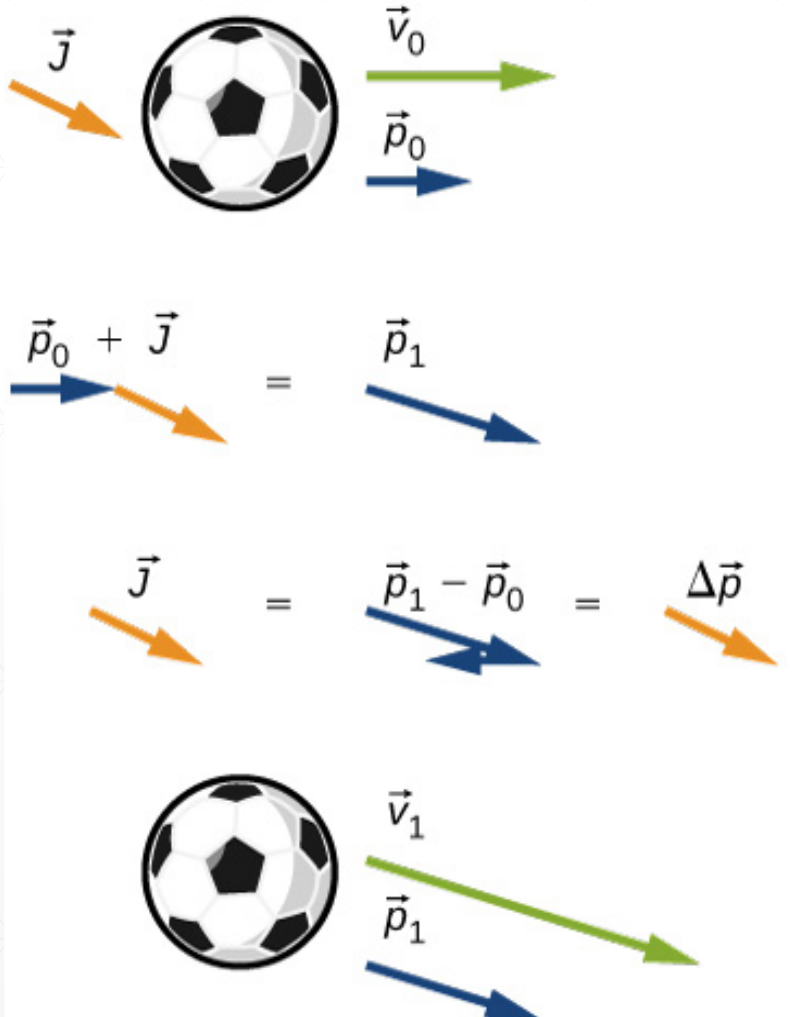
$$\vec{J} = m\vec{a}\Delta t = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Delta t = m\Delta\vec{v} = \Delta\vec{p}$$



Zmiana pędu ciała jest
równa popędowi siły

Reguła pędu i popędu

Popęd siły (impuls) udzielony układowi powoduje zmianę pędu tegoż układu. Zmiana ta jest równa działającemu impulsowi: $\vec{J} = \Delta\vec{p}$



- poruszającej się piłce zostaje przekazany impuls \mathbf{J}

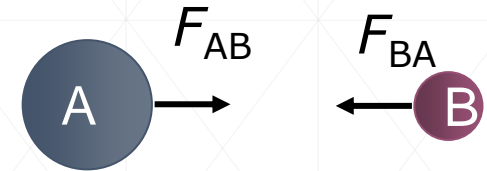
- impuls dodaje się do początkowego pędu

- zmiana pędu jest zatem równa impulsowi \mathbf{J}

- po zadziałaniu impulsu piłka uzyskuje pęd \mathbf{p}_1 i prędkość \mathbf{v}_1

III zasada dynamiki Newtona – wzajemne oddziaływanie dwóch ciał

W przyrodzie nie ma izolowanych sił



- dla każdej zewnętrznej siły działającej na ciało występuje siła równa co do wartości, ale przeciwnie skierowana, którą dane ciało wywiera na ciało, będące źródłem siły zewnętrznej
- dla sił wewnętrznych, siła jednej części układu przeciwdziała sile reakcji innej części układu \Rightarrow wypadkowa siła w izolowanym układzie jest równa zero. Tylko siły zewnętrzne mogą być przyczyną ruchu układu.

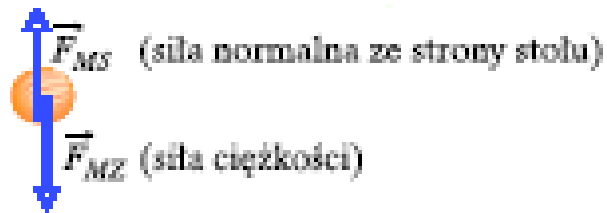
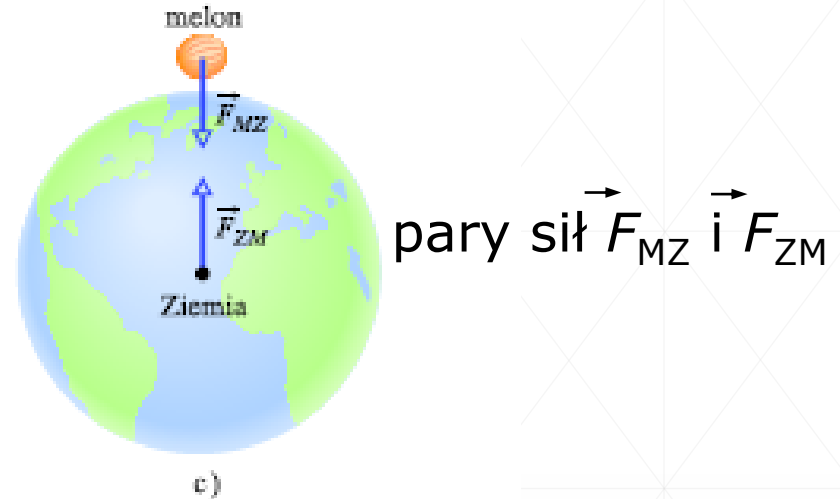
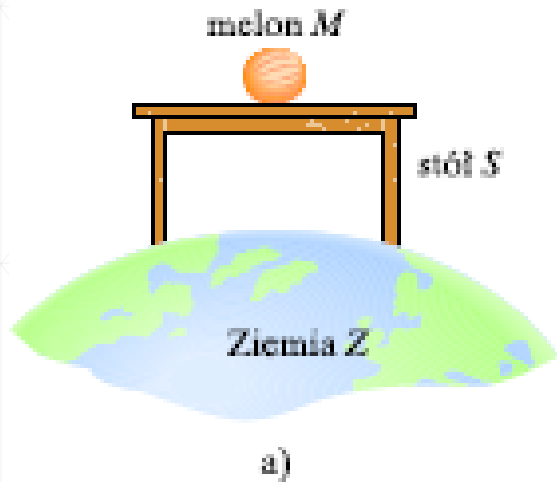
$$\overrightarrow{F_{A \leftarrow B}} = - \overrightarrow{F_{B \leftarrow A}}$$

III zasada dynamiki Newtona – przykład uniwersalnej zasady symetrii, nie ma od niej odstępstw



Podczas zderzenia siła z jaką mały samochód działa na duży jest takiej samej wartości

III zasada dynamiki Newtona – siły akcji i reakcji działają na różne ciała

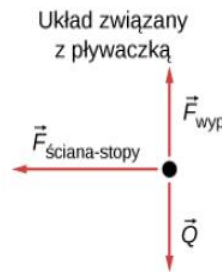
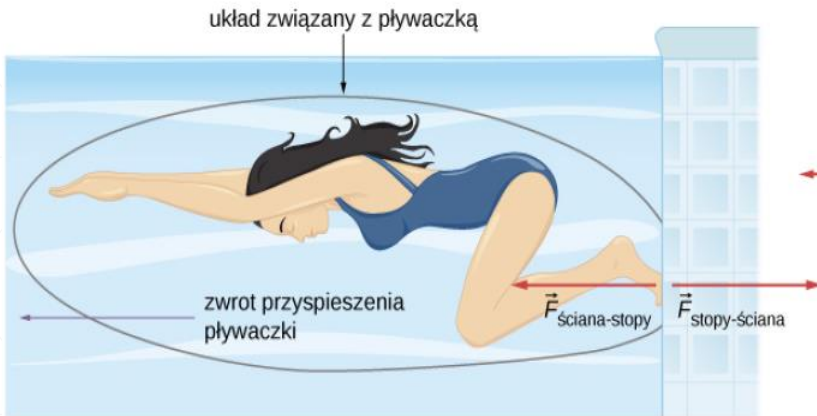


siły działające na melon:
 F_{MS} i F_{MZ} - nie są siłami akcji
i reakcji (działają na to samo ciało)

- są siłami akcji
i reakcji

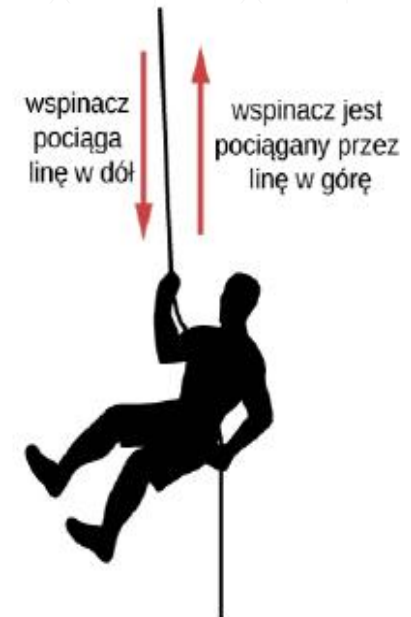
Przykłady III zasady dynamiki (prawo akcji i reakcji):

Inaczej mówiąc: wzajemne oddziaływanie dwóch ciał jest zawsze równe co do wartości, lecz przeciwnie skierowane.



Pływaczka działa na ścianę w wyniku czego zaczyna przyspieszać przy czym zwrot przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu działającej na ścianę siły

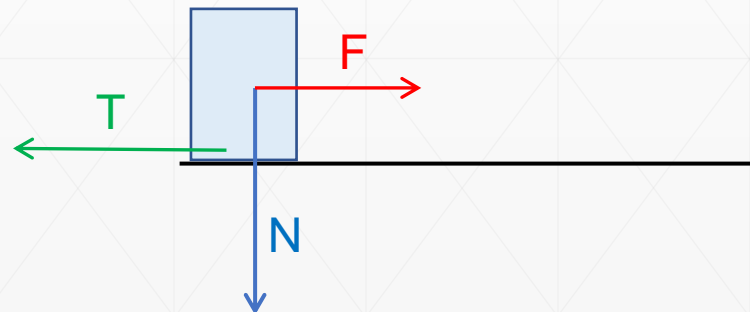
- Ośmiornica (podobnie jak skuter wodny) porusza się dzięki wyrzutowi wody z jamy w swym ciele
- Helikopter wisi w powietrzu bo „popycha” powietrze w dół i doznaje siły reakcji skierowaną w górę,
- Samochód przyspiesza do przodu, bo ziemia popycha naprzód koła...



Tarcie

- Tarcie jest oporem ruchu.
- Działa zawsze przeciwnie do ruchu.
- Zależy od nacisku i rodzaju powierzchni.

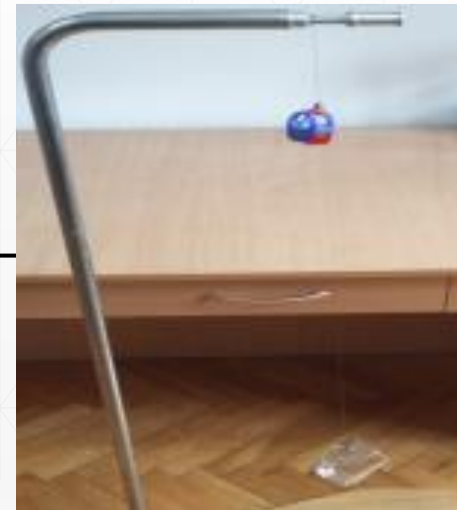
$$f = \frac{T}{N} \Rightarrow T = fN$$



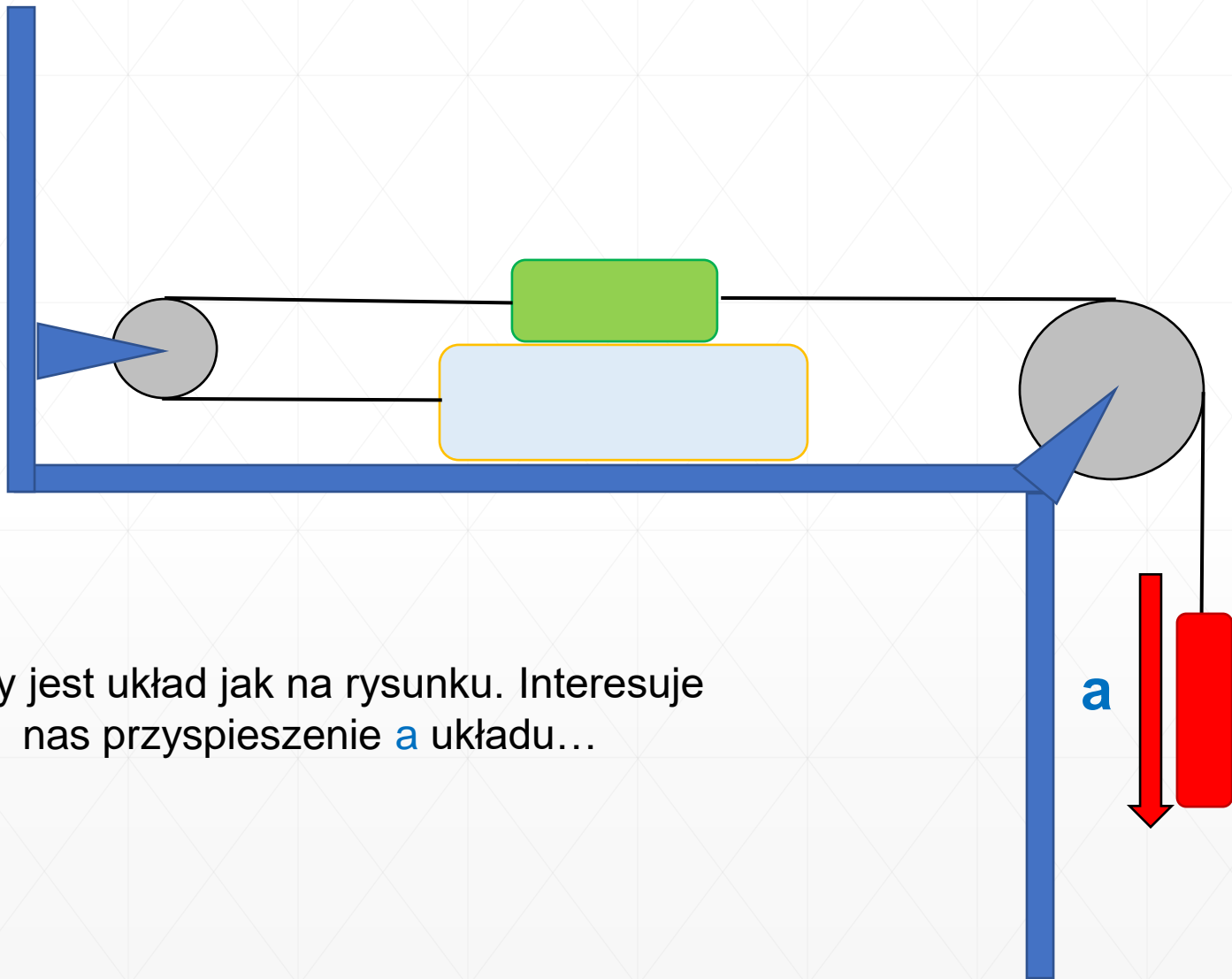
N – nacisk

T – tarcie

f – współczynnik tarcia

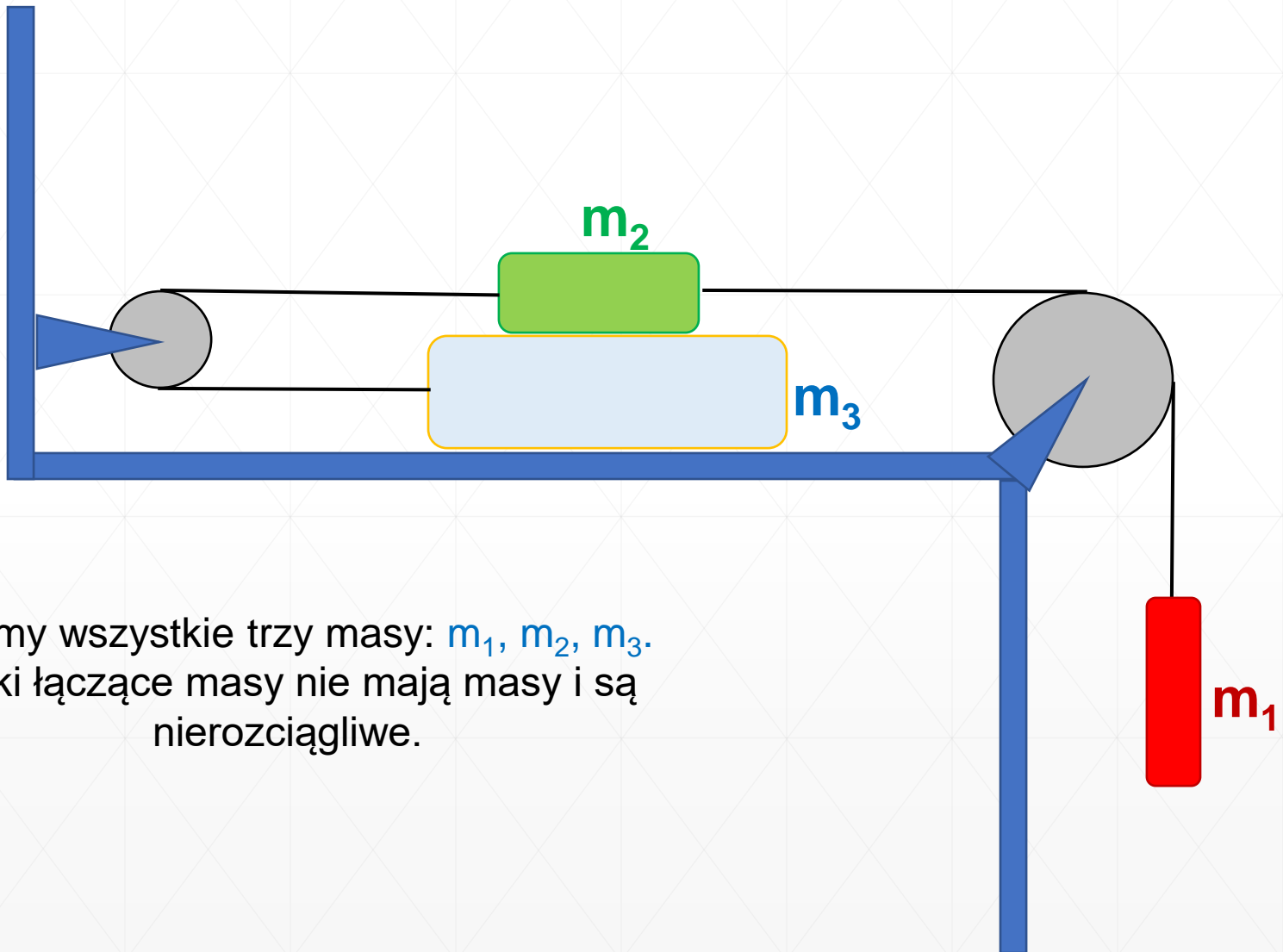


Przykład z tarciem



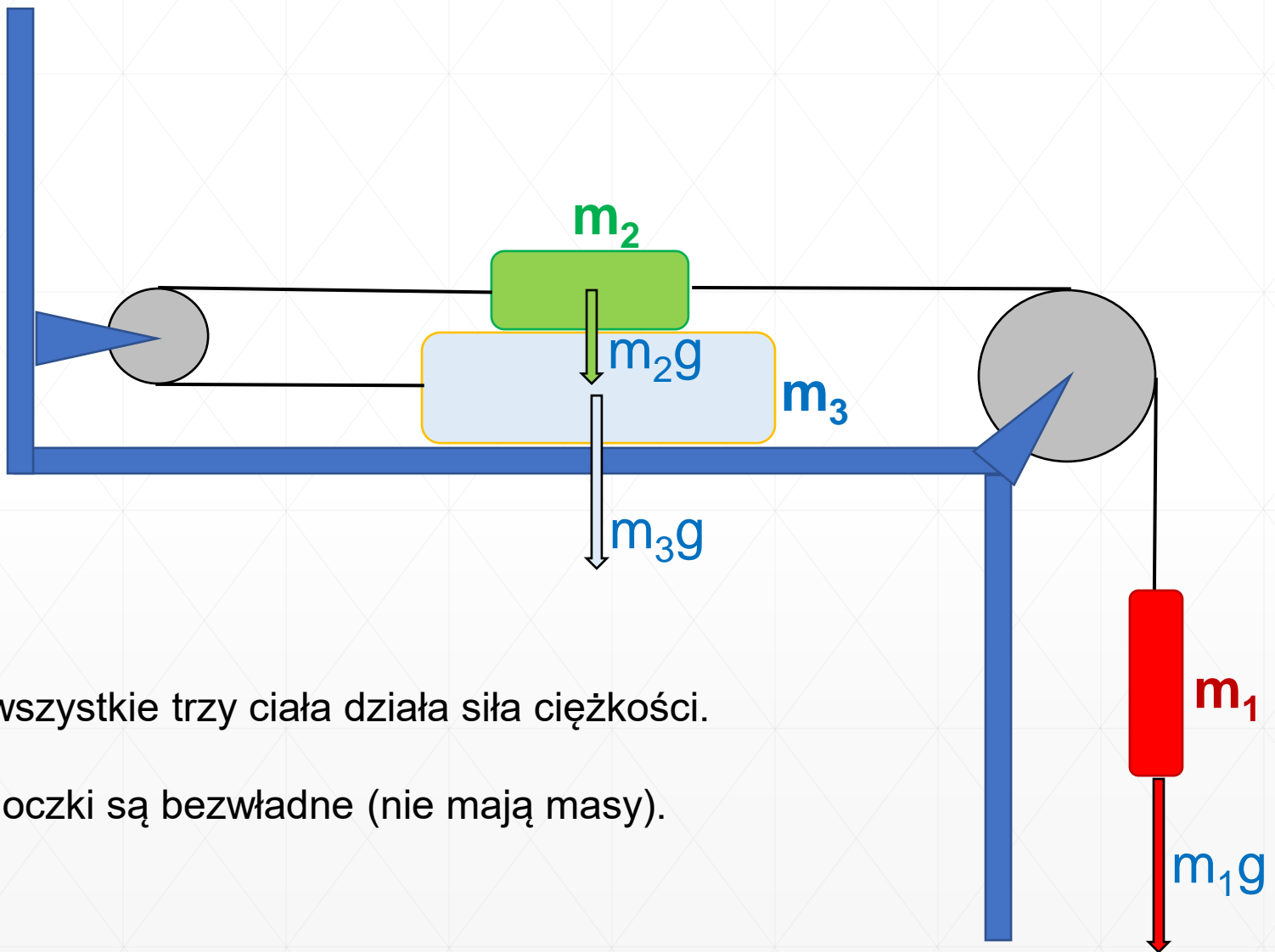
Dany jest układ jak na rysunku. Interesuje nas przyspieszenie a układu...

Przykład z tarciem



Znamy wszystkie trzy masy: m_1 , m_2 , m_3 .
Linki łączące masy nie mają masy i są nierozciągliwe.

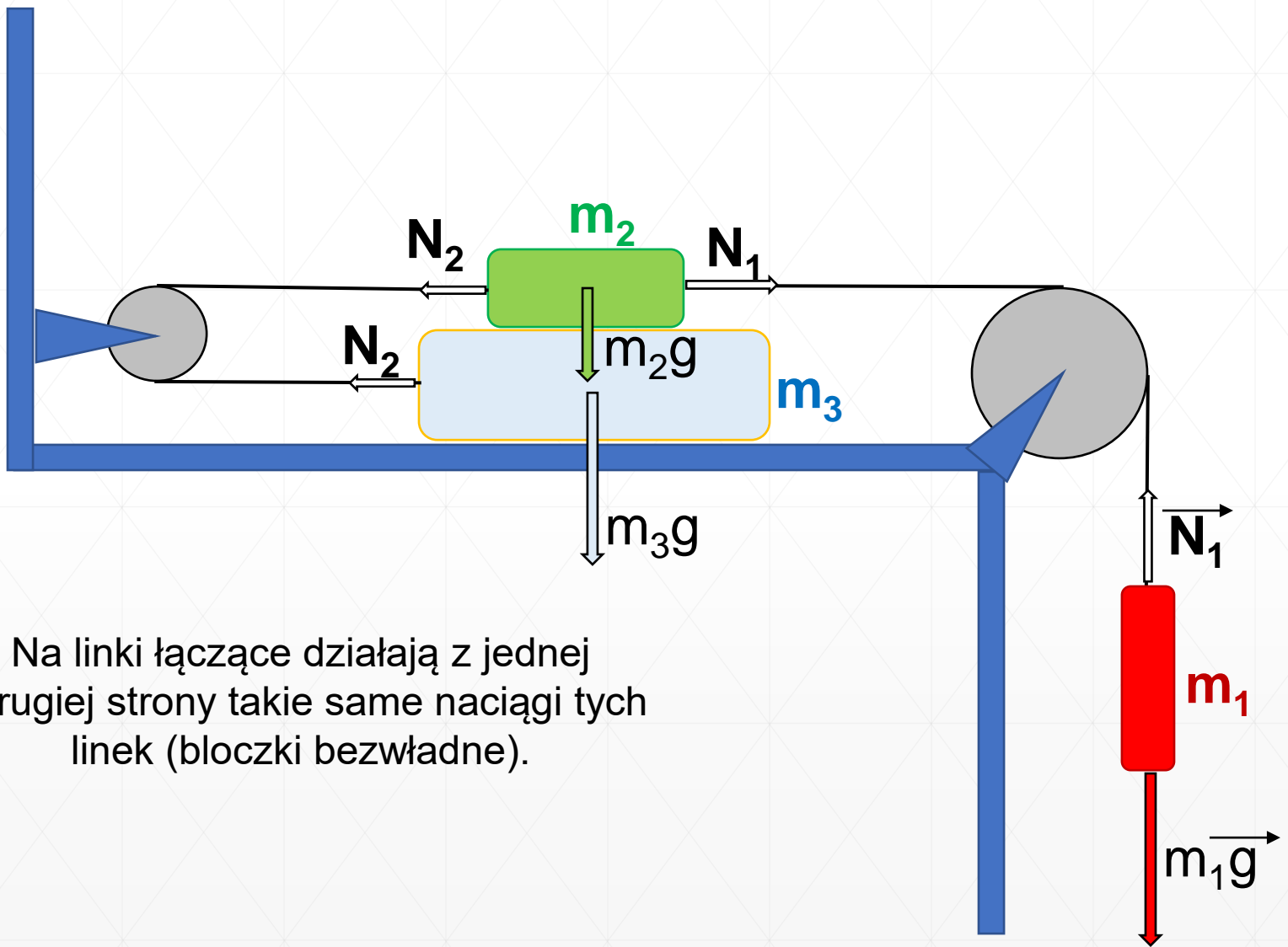
Przykład z tarciem



Na wszystkie trzy ciała działa siła ciężkości.

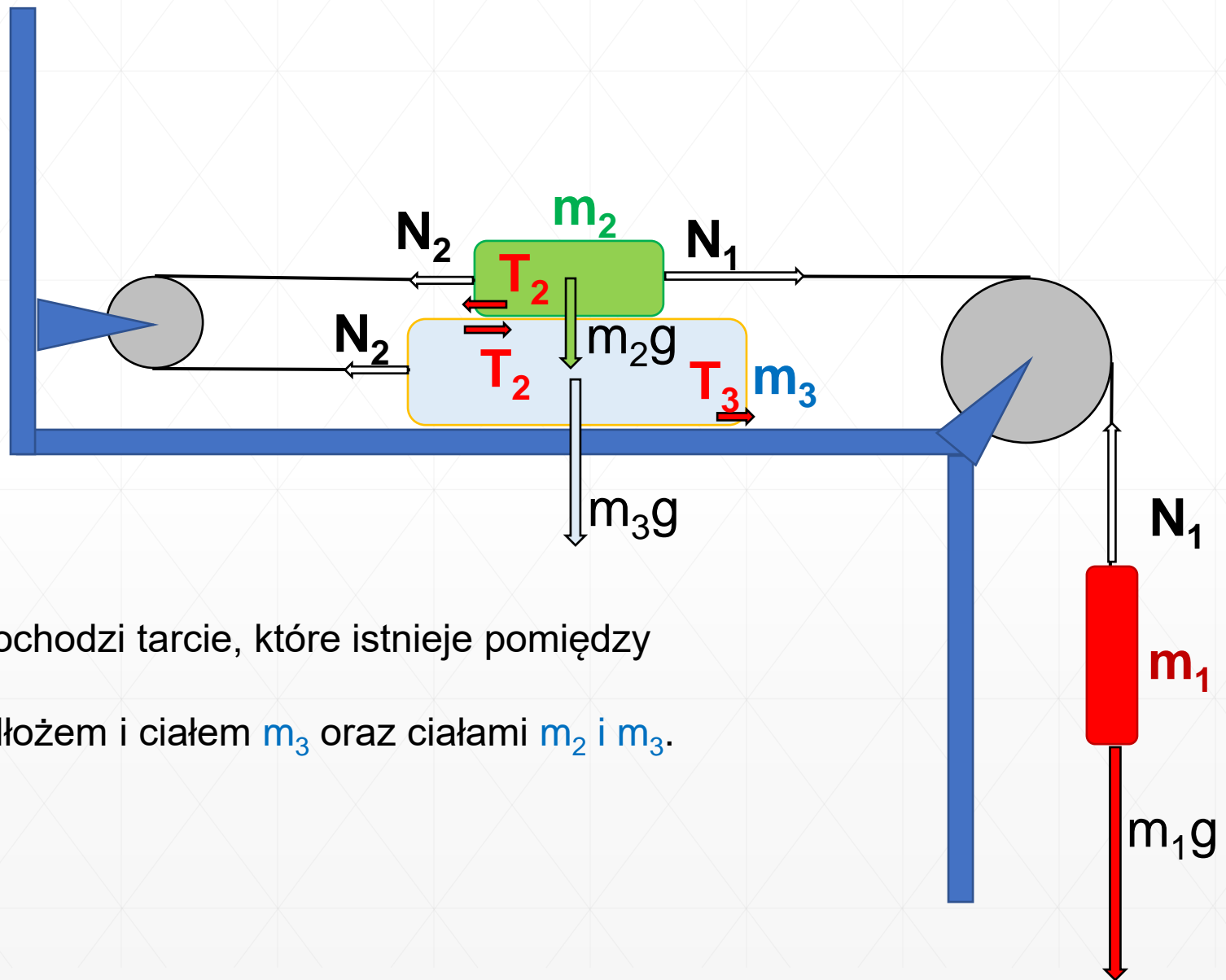
Bloczki są bezwładne (nie mają masy).

Przykład z tarciem



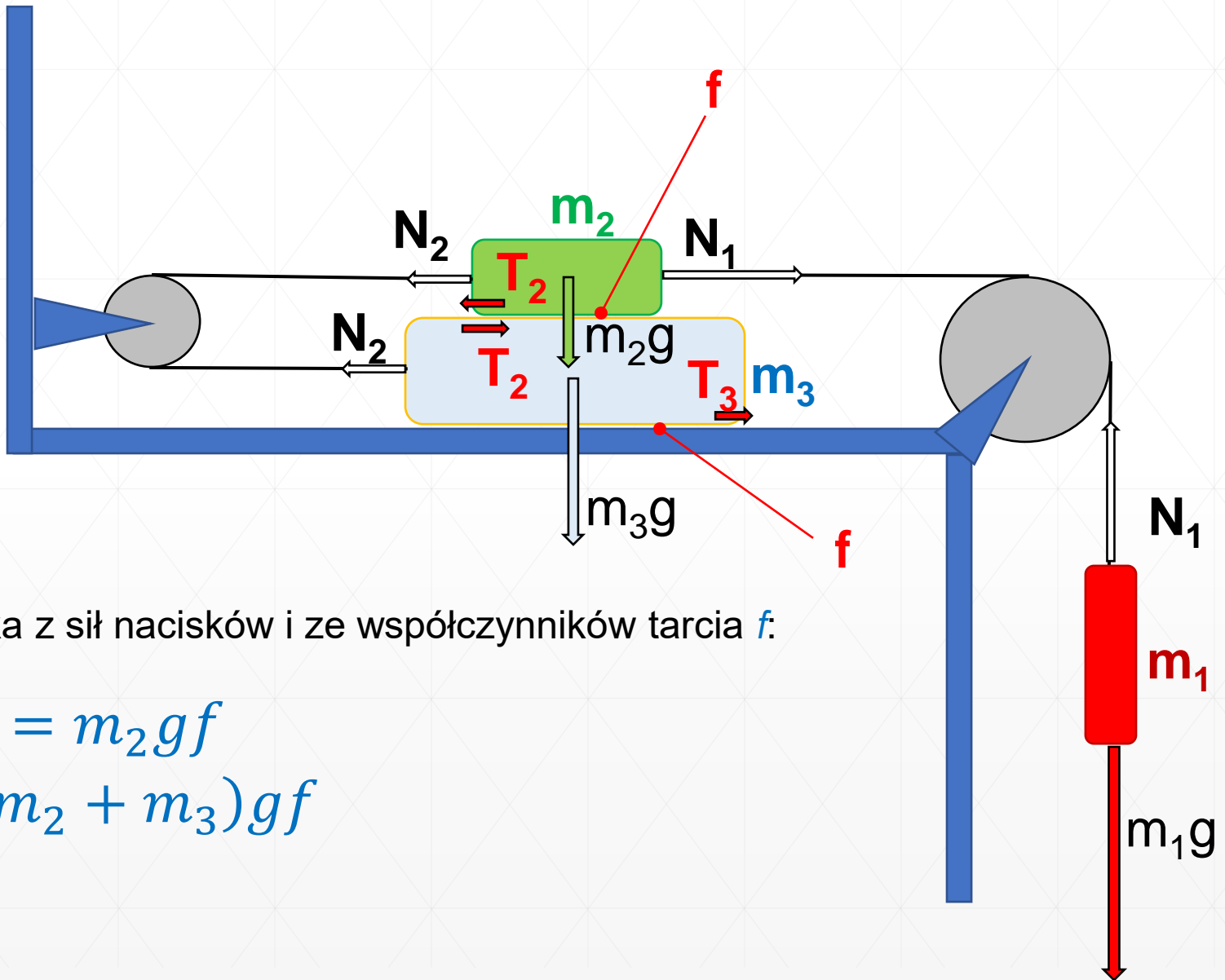
Na linki łączące działają z jednej i drugiej strony takie same naciągi tych linek (bloczki bezwładne).

Przykład z tarciem



Dochodzi tarcie, które istnieje pomiędzy podłożem i ciałem m_3 oraz ciałami m_2 i m_3 .

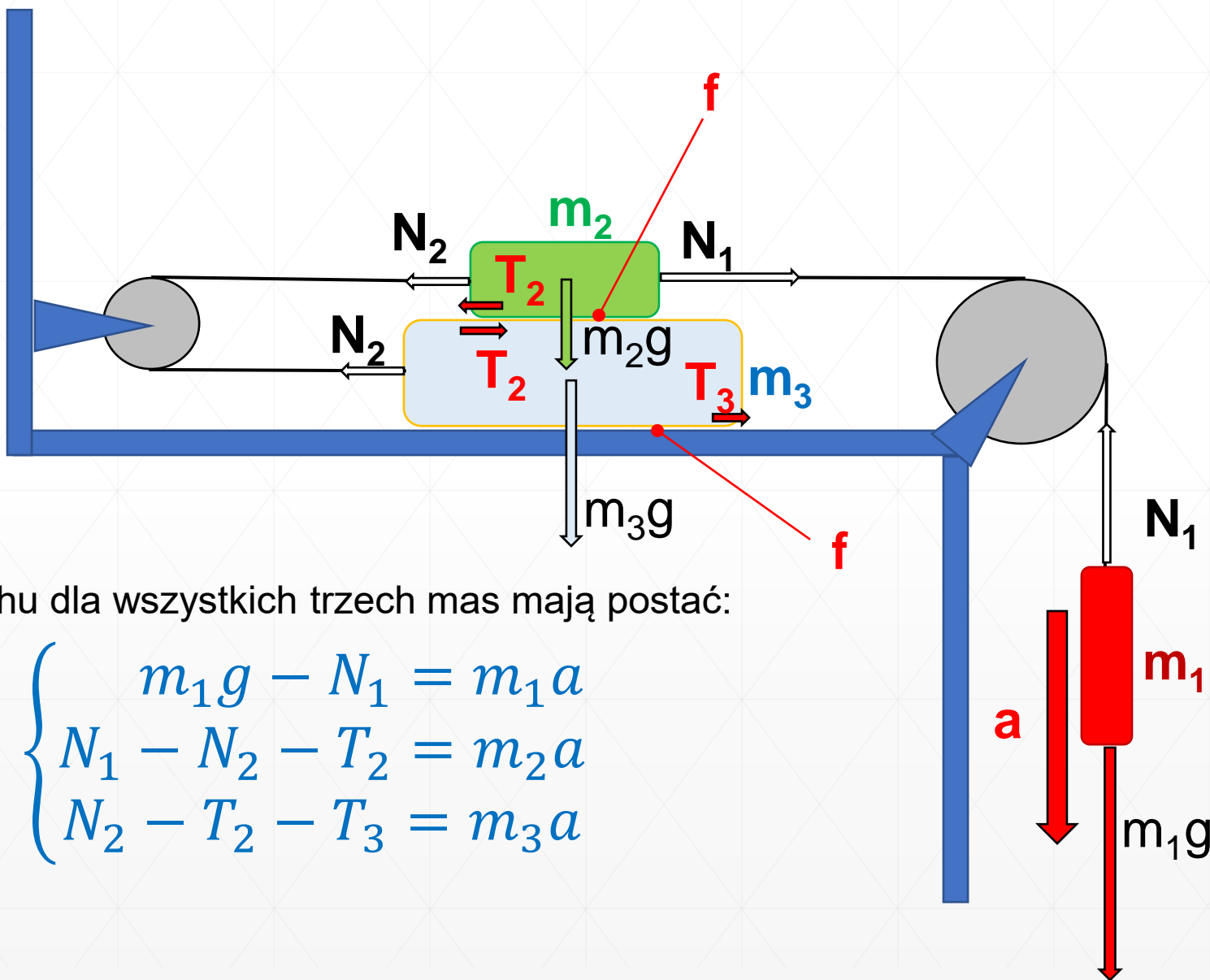
Przykład z tarciem



Tarcie wynika z sił nacisków i ze współczynników tarcia f .

$$\begin{cases} T_2 = m_2 g f \\ T_3 = (m_2 + m_3) g f \end{cases}$$

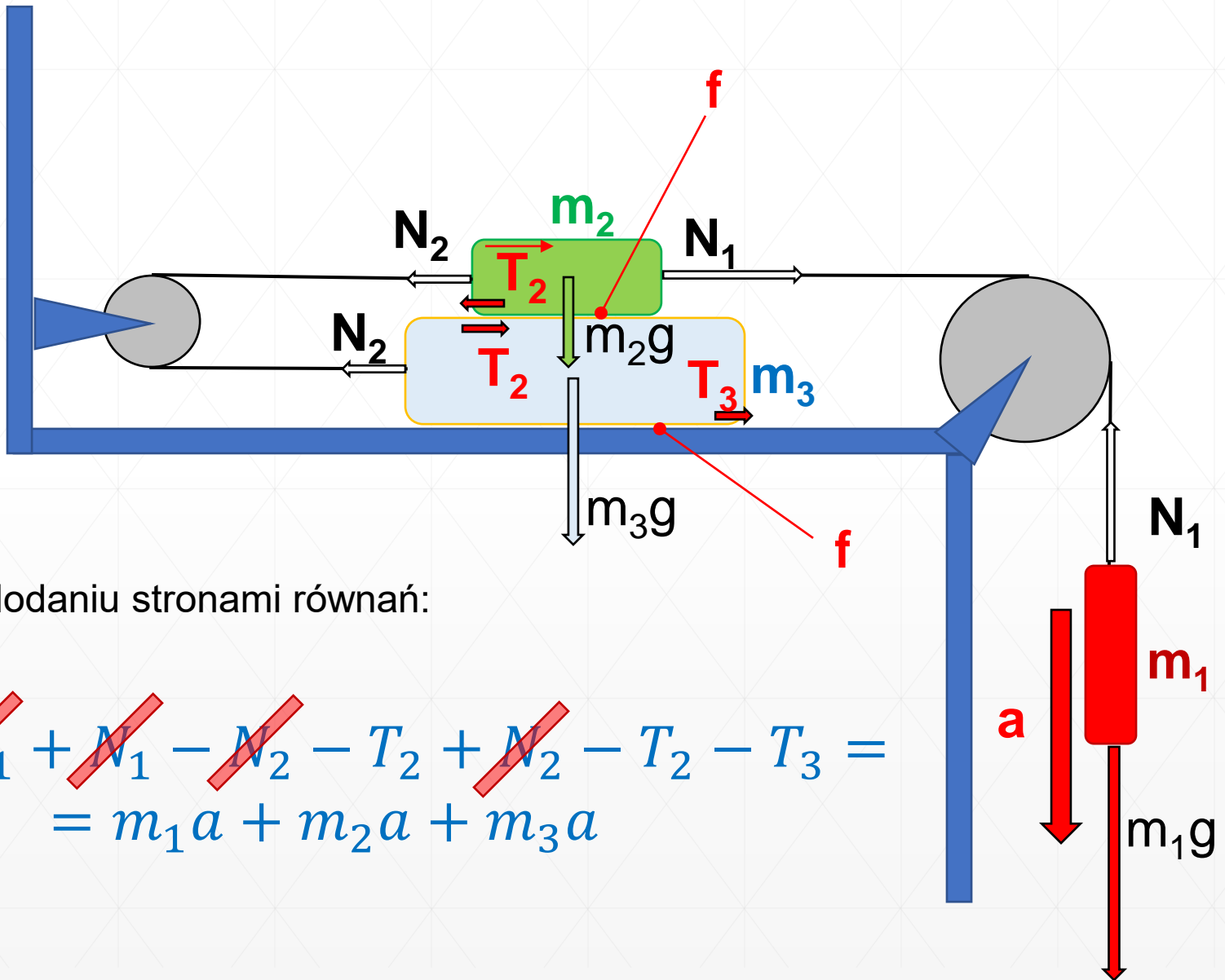
Przykład z tarciem



Równania ruchu dla wszystkich trzech mas mają postać:

$$\begin{cases} m_1g - N_1 = m_1a \\ N_1 - N_2 - T_2 = m_2a \\ N_2 - T_2 - T_3 = m_3a \end{cases}$$

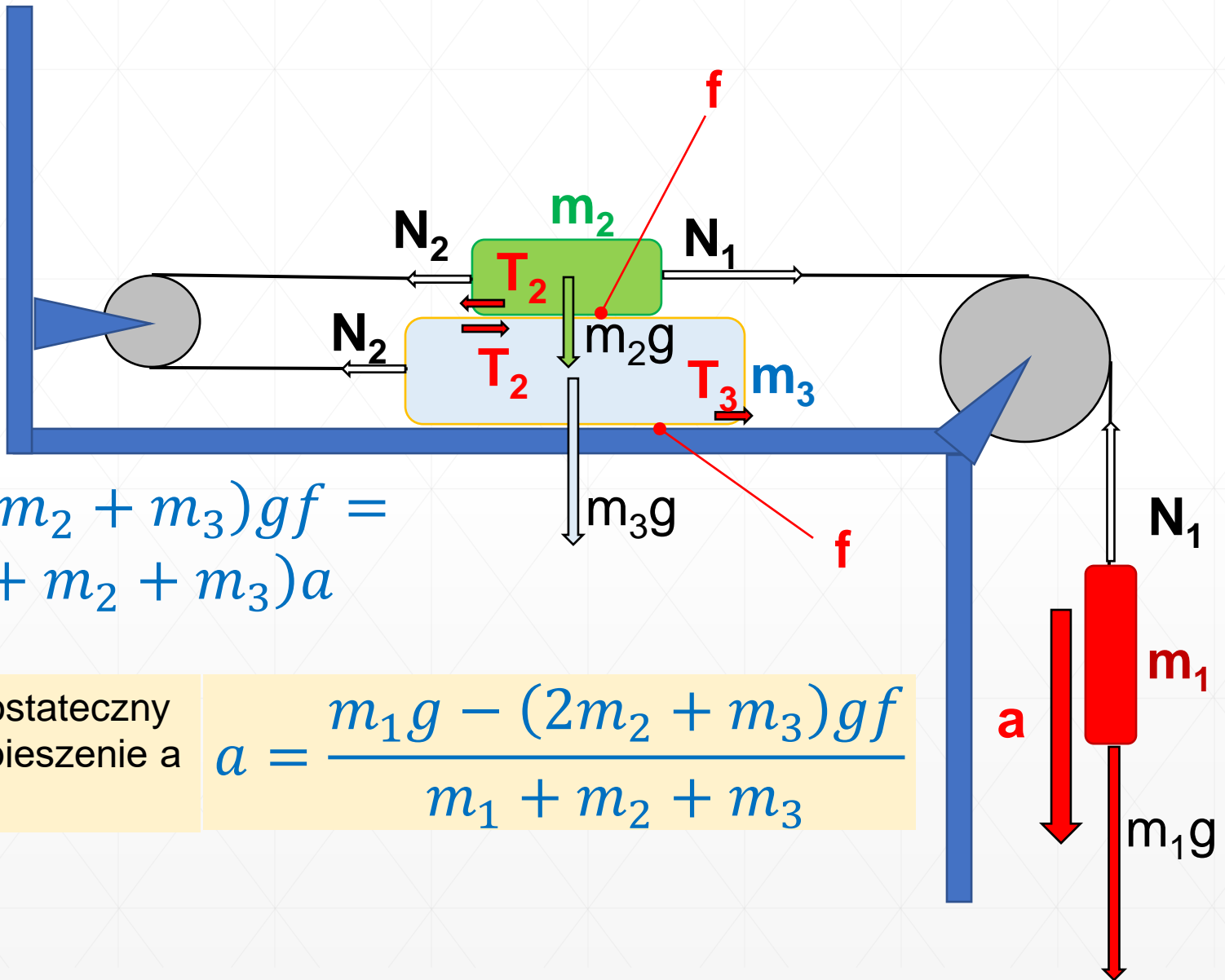
Przykład z tarciem



Po dodaniu stronami równań:

$$m_1g - \cancel{N_1} + \cancel{N_1} - \cancel{N_2} - T_2 + \cancel{N_2} - T_2 - T_3 = m_1a + m_2a + m_3a$$

Przykład z tarciem

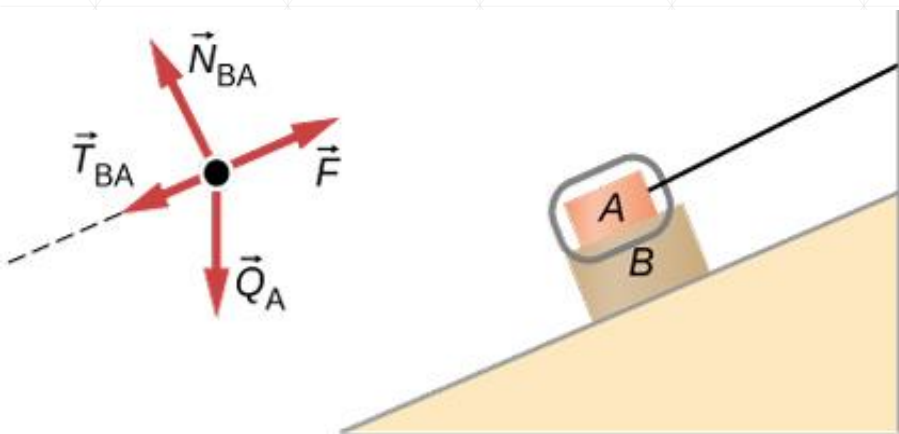


$$m_1g - (2m_2 + m_3)gf = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

Otrzymujemy ostateczny wzór na przyspieszenie a układu:

$$a = \frac{m_1g - (2m_2 + m_3)gf}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Rozkład sił na równi pochyłej



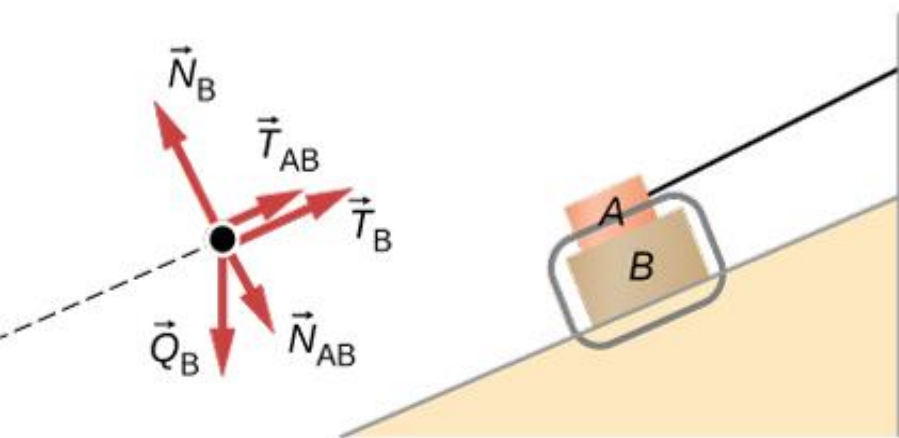
\vec{Q}_A = siła ciężkości klocka A

\vec{F} = naprężenie

\vec{N}_{BA} = siła normalna wywierana przez klocek B na A

\vec{T}_{BA} = siła tarcia między klokiem B i A

(a)



\vec{Q}_B = siła ciężkości klocka B

\vec{N}_{AB} = siła normalna wywierana przez klocek A na B

\vec{N}_B = siła normalna wywierana na klocek B przez równię pochyłą

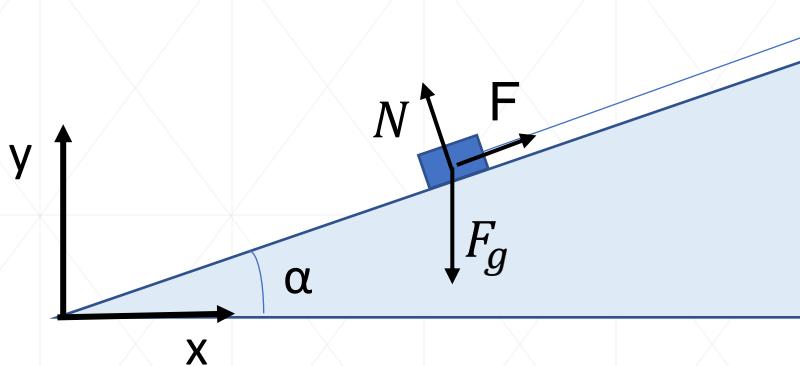
\vec{T}_{AB} = siła tarcia między klokiem A i B

\vec{T}_B = siła tarcia między klokiem B a równią

(b)

Klocek na równi pochyłej - siła naprężenia liny

Obliczyć siłę naprężenia liny F utrzymującej klocek o masie m leżący na równi pochyłej w zależności od wyboru układu odniesienia.



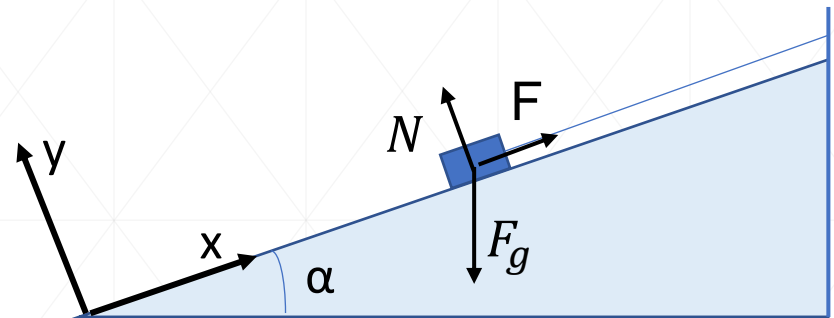
$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_g = 0$$

$$x: F_x + N_x + F_{gx} = 0$$

$$y: F_y + N_y + F_{gy} = 0$$

$$\begin{cases} F \cos \alpha - N \sin \alpha = 0 \\ F \sin \alpha + N \cos \alpha - mg = 0 \end{cases}$$

$$F = mg \sin \alpha$$



$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_g = 0$$

$$x: F_x + N_x + F_{gx} = 0$$

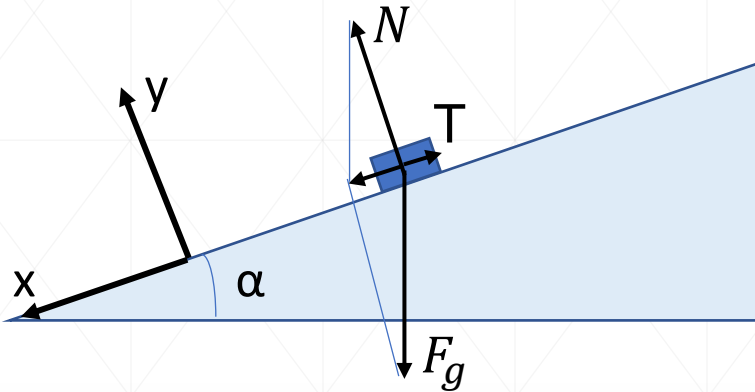
$$y: F_y + N_y + F_{gy} = 0$$

$$\begin{cases} F - mg \sin \alpha = 0 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

$$F = mg \sin \alpha$$

Klocek na równi pochyłej - zsuwanie

Obliczyć przyspieszenie z jakim zsuwa się klocek o masie m z równi pochyłej nachylo-
nej pod kątem α jeżeli współczynnik tarcia pomiędzy klockiem a równią wynosi f



$$T = Nf$$

$$T = mgf\cos\alpha$$

$$-mgf\cos\alpha + mgs\sin\alpha = ma$$

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$x: T_x + N_x + F_{gx} = ma$$

$$y: T_y + N_y + F_{gy} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -T + mgs\sin\alpha = ma \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{array} \right.$$

$$a = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$$

$$a > 0 \rightarrow \sin\alpha - f\cos\alpha > 0 \rightarrow f < \tan\alpha$$

Gdy $f > \tan\alpha$ to tarcie tak duże,
że klocek się nie zsuwa

Podsumowanie

- Prędkość ciała można zmienić działając na nie siłą z strony innych ciał (siłą zewnętrzną);
- **I zasada dynamiki Newtona** – jeżeli na ciało nie działają żadne siły zewnętrzne to pozostaje ono w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym;
- Układy w których spełnione są zasady dynamiki Newtona nazywamy **układami inercyjnymi**;
- **II zasada dynamiki Newtona** – siłę wypadkową działającą na ciało jest równa szybkości zmian pędu w czasie lub siła wypadkowa działająca na obiekt o danej masie jest wprost proporcjonalna do jego przyspieszenia;

$$m\vec{a} = \vec{F}_{wyp}$$

- **III prawo Newtona** odzwierciedla prostą symetrię przyrody: układ doznaje siły o tej samej wartości i kierunku, co siła wywierana na otoczeniu, lecz o przeciwnym zwrocie. Siły te nazywamy siłami akcji i reakcji;
- **Opory ruchu** – tarcie, opór powietrza.