



# 14. Obwody prądów zmiennych

---

- zasada działania transformatora,
- prąd jednofazowy i prąd trójfazowy,
- wartość skuteczna prądu i napięcia,
- obwody LRC.



# Przesył energii elektrycznej

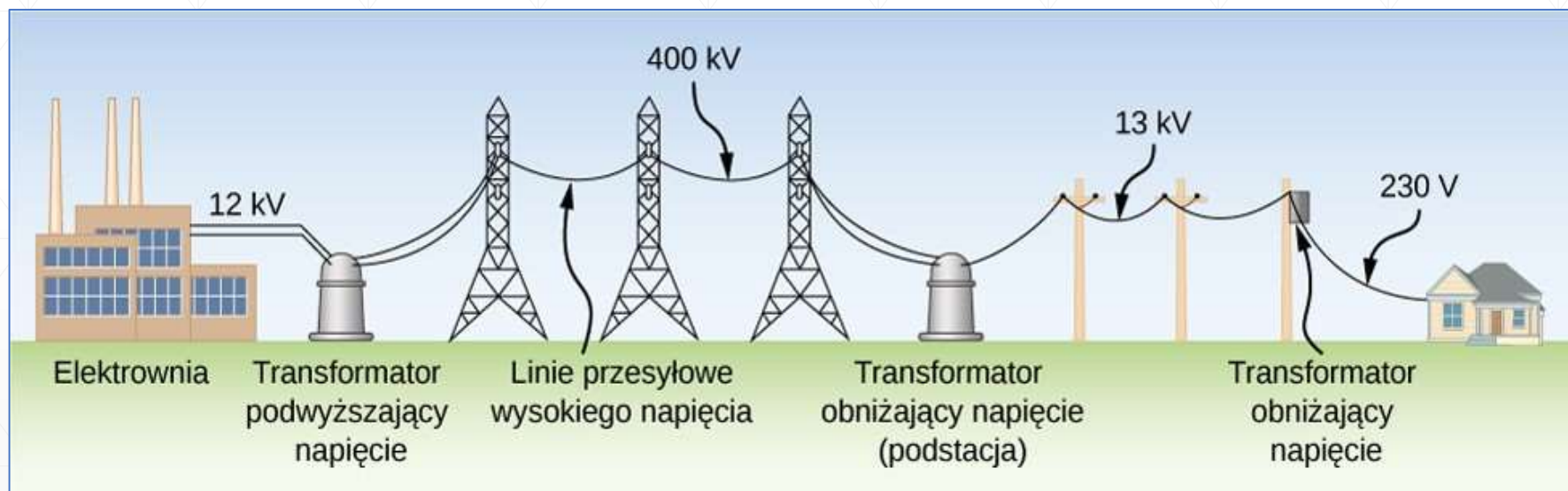
Wiedza fizyczna o oddziaływaniach elektromagnetycznych znalazła zastosowanie, m.in., do wytwarzania energii elektrycznej za pomocą generatorów elektrycznych, w których energia mechaniczna turbiny zamieniana jest w energię elektryczną.



Generatory w elektrowni wytwarzają prąd o napięciu kilkunastu kV. Jednakże, aby uniknąć strat ciepłych energii elektrycznej na oporze  $R$  przewodnika (prawo Joule'a–Lenza):

$$W = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R} t$$

napięcie w długich liniach przesyłowych jest zwiększane do kilkuset kV, a w związku z tym maleje natężenie prądu, a moc pozostaje bez zmian (prawie). **Jak to się dzieje?**

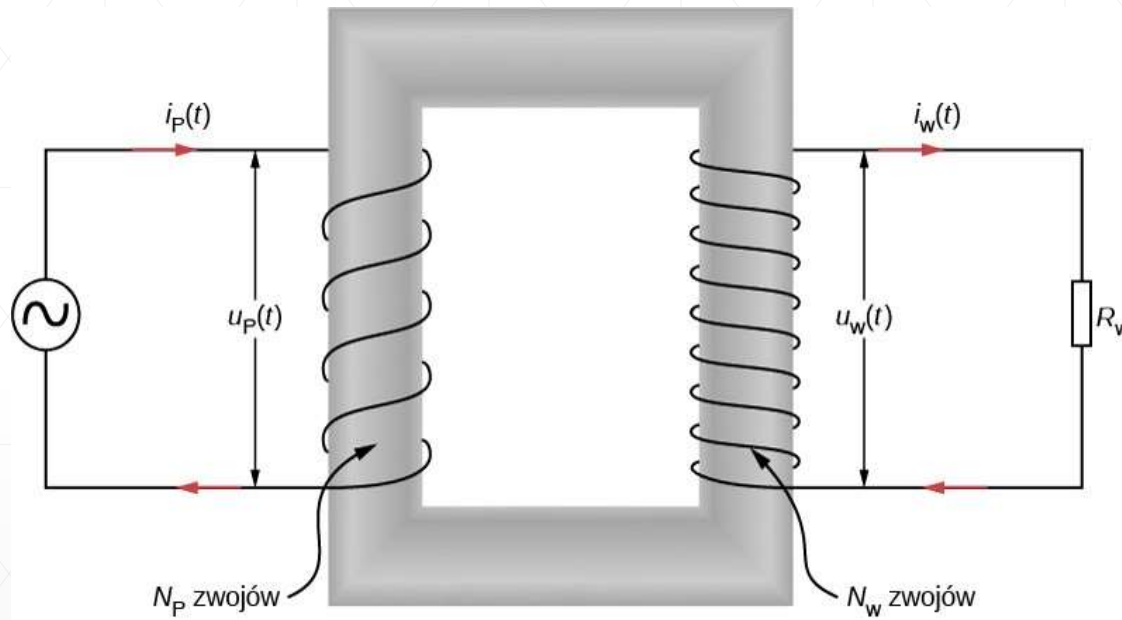


W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

Ponadto, jak wiadomo, różne urządzenia (np. jakie?) wymagają zasilania prądem elektrycznym o różnym napięciu, a w naszych domach napięcie w sieci ma ustaloną wartość 230 V.

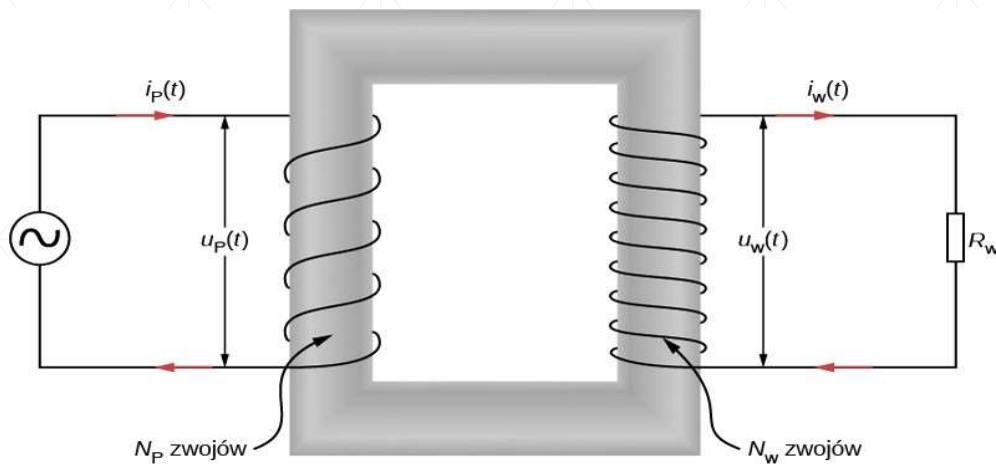
# Zasada działania transformatora

Do podwyższania lub obniżania napięcia służy **transformator**.



W. Moebis, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

Transformator składa się z dwóch oddzielnych cewek (uzwojeń) nawiniętych na wspólny rdzeń ferromagnetyczny.



Uzwojenie pierwotne ma  $N_p$  zwojów i jest podłączone do źródła napięcia zmiennego  $u_p(t)$ . Uzwojenie wtórne ma  $N_w$  zwojów i jest podłączone do obciążenia  $R_w$ .

W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

**Zasada działania:** zmienny w czasie strumień pola magnetycznego generuje zmienne w czasie pole elektryczne, a zatem zmienne w czasie napięcie elektryczne – prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya.

Prąd płynący w uzwojeniu pierwotnym wytwarza zmienne pole magnetyczne, które indukuje zmienne pole elektryczne, a więc i prąd, w uzwojeniu wtórnym.

W dalszych rozważaniach zakładamy, że transformator jest idealny i nie występują w nim straty energii.

### **Jakie straty?**

- nie wydzielają się ciepło Joule'a–Lenza,
- nie ma strat związanych z przemagnesowaniem rdzenia oraz
- dzięki nawinięciu na ten sam rdzeń ferromagnetyczny, taki sam strumień pola magnetycznego przepływa przez każdą z pętli uzwojenia wtórnego i pierwotnego.

Napięcie wejściowe  $u_p(t)$  jest równe różnicy potencjałów indukowanej na uzwojeniu pierwotnym.

Z prawa Faradaya - wyindukowana różnica potencjałów równa jest:

$$u_p(t) = -N_p \frac{d\Phi}{dt}$$

gdzie  $\Phi$  jest strumieniem pola magnetycznego przepływającego przez pojedynczą pętlę cewki.

Analogicznie napięcie wyjściowe dostarczane do obciążenia musi być równe różnicy potencjałów wyindukowanej na uzwojeniu wtórnym.

$$u_w(t) = -N_w \frac{d\Phi}{dt}$$

Korzystając z obu powyższych równań, otrzymujemy:

$$u_w(t) = N_p N_w u_p(t)$$

Dla odpowiednio dobranych wartości  $N_p$  i  $N_w$  napięcie wejściowe  $u_p(t)$  może zostać podwyższone lub obniżone do napięcia wyjściowego  $u_w(t)$ . Stosunek:

$$\frac{U_w}{U_p} = \frac{N_w}{N_p} = k$$

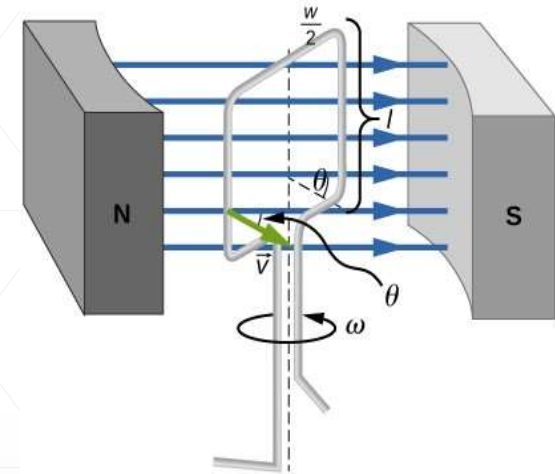
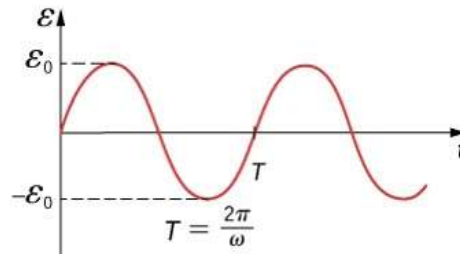
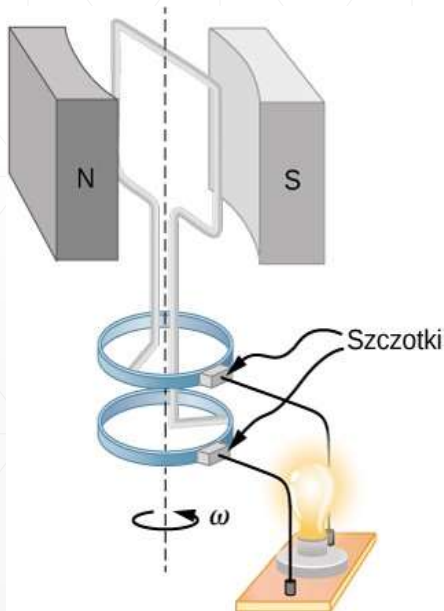
nosi nazwę **przekładni transformatora**.



# Prąd jednofazowy i prąd trójfazowy

Jak wspomnieliśmy, prąd elektryczny przemienny w instalacjach powszechnego użytku wytwarzany jest przez generatory. W najprostszym ujęciu uzwojenie nawinięte na ramce obraca się w polu magnetycznym magnesu stałego.

Prąd z ramki jest odbierany przez tzw. **szczotki**, czyli przewodzące bloczki dotykające ramki.



W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

Siła elektromotoryczna wytwarzana w takim generatorze ma przebieg sinusoidalny (bo?), a zatem taki sam przebieg ma prąd.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dS}{dt} = BS \sin\theta(t) \quad 9$$

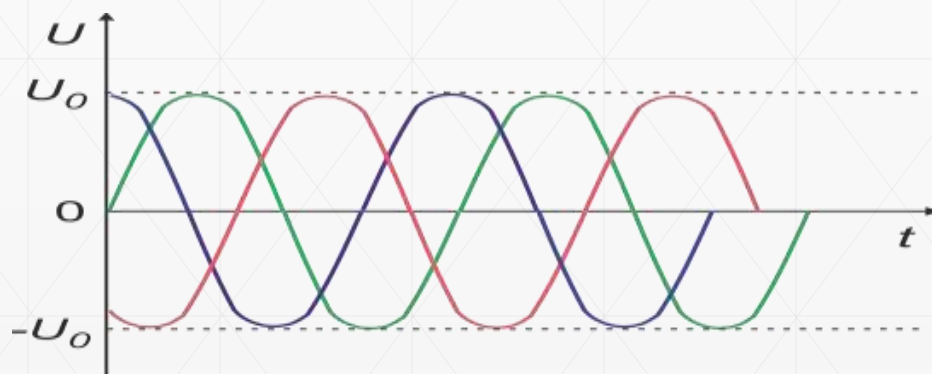
W Polsce napięcie w sieci jednofazowej wynosi 230 V. Jest ono mierzone między **przewodem fazowym** (kolor izolacji czarny, czerwony lub brązowy) i **przewodem neutralnym** (kolor izolacji jasnoniebieski). Zazwyczaj jest również **przewód ochronny** (kolor izolacji zielonożółty), którego zadaniem jest połączenie instalacji z uziemieniem instalacji.

**Uziemienie** – przewód łączący ciało naelektryzowane z ziemią (w ramach profesjonalnej instalacji!)

**Uwaga: jeśli nie potrafisz, nie łącz elementów instalacji, elektryk zrobi to bezpiecznie!!**

Wiele urządzeń, również domowych, wymaga wyższego napięcia, dostarczającego wyższą moc. Rozwiązaniem jest zastosowanie prądu trójfazowego.

Układ trójfazowy składa się z trzech obwodów prądu przemiennego, w których napięcia źródeł mają tę samą wartość i częstość, ale są względem siebie przesunięte w fazie o  $1/3$  okresu.



—  $U = U_0 \sin \omega t$

—  $U = U_0 \sin(\omega t + \frac{2}{3} \pi)$

—  $U = U_0 \sin(\omega t + \frac{4}{3} \pi)$

# Wartość skuteczna prądu i napięcia

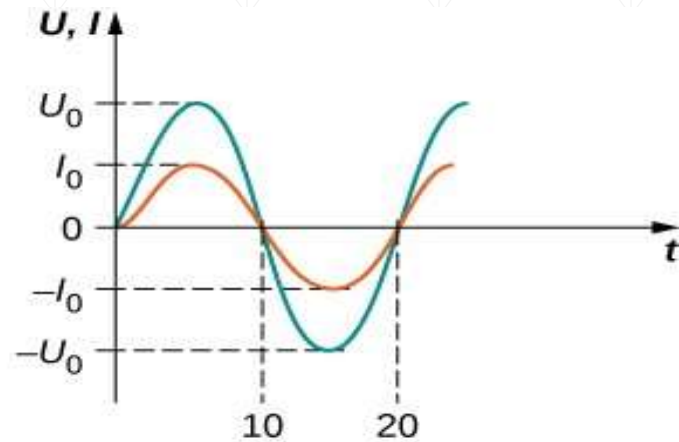
Średnia moc czynna  $P$  dla wartości skutecznych natężenia prądu  $I$ , napięcia  $U$  oraz cosinusa przesunięcia fazowego  $\varphi$  pomiędzy natężeniem i napięciem wynosi:

$$P = UI \cos \varphi$$

W przypadku prądu stałego wartości natężenia i napięcia prądu zależą od siły elektromotorycznej źródła  $\varepsilon$  oraz rezystancji wewnętrznej źródła  $R_w$  i rezystancji zewnętrznej obwodu (obciążenia)  $R_z$ :

$$\varepsilon = i(R_w + R_z) = iR_w + U$$

Zobaczmy, jak to się przedstawia w przypadku prądu zmiennego. Najczęściej spotykany jest prąd zmienny sinusoidalnie, w Polsce o częstotliwości 50 Hz i napięciu 230 V.



W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

(a)

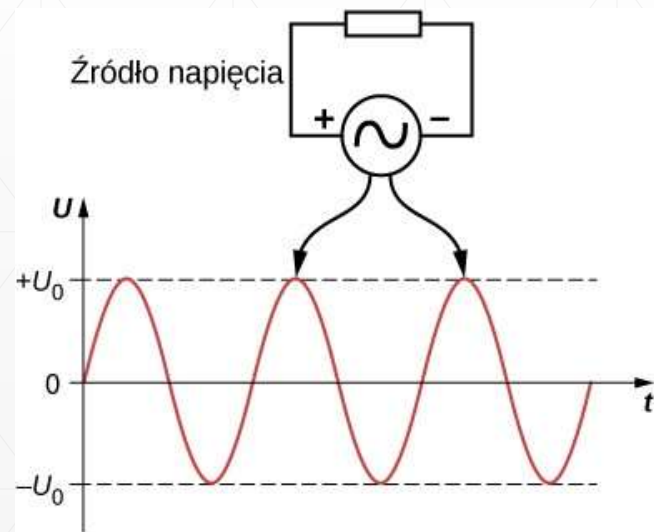
(b)

Dla prądu stałego wartości napięcia i natężenia są stałe w czasie (a). Wartości napięcia i natężenia prądu zmiennego są funkcją czasu (b).

W przypadku źródła prądu sinusoidalnie zmiennego **napięcie** wytworzone na rezystorze podłączonym do tego źródła oraz **natężenie** prądu płynącego przez ten rezystor zmieniają się w czasie sinusoidalnie według formuł:

$$u(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

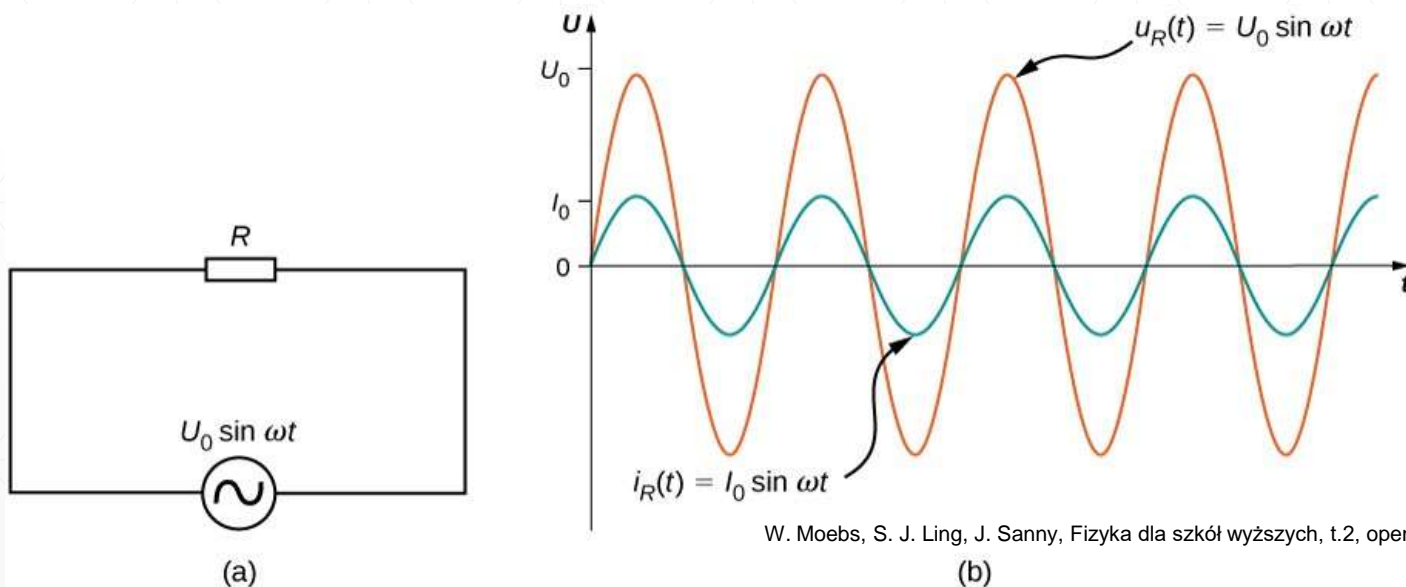


Dla użytkownika istotna jest moc  $P$  wydzielana przez prąd na obciążeniu zewnętrznym obwodu  $R_z$ . W przypadku prądu stałego:

$$P = IU = I^2 R_z$$

Natomiast w przypadku prądu zmiennego wydzielana moc zależy od czasu:

$$P(t) = U_m \sin(\omega t) \cdot I_m \sin(\omega t) = I_m^2 \sin^2(\omega t) \cdot R$$



(a) Opornik (obciążenie) podłączony do źródła napięcia zmiennego. Natężenie prądu  $i_R(t)$  płynącego przez opornik i napięcie  $u_R(t)$  na nim.

Zatem efektywna moc wydzielana na odbiorniku musi być uśredniona w czasie. Efektywna (**skuteczna**) moc wydzielana na obciążeniu jest zatem całką mocy chwilowej:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt,$$

gdzie  $T = 2\pi/\omega$  jest okresem zmian napięcia źródła.

W ogólnym przypadku, gdy w obwodzie jest dodatkowo pojemność  $C$  (zawsze – pojemność własna obwodu) lub cewka  $L$  (zawsze – indukcyjność własna obwodu), napięcie  $U_m$  oraz natężenie  $I_m$  prądu na odbiorniku są przesunięte w fazie o kąt  $\varphi$ :

$$P(t) = U_m \sin(\omega t) \cdot I_m \sin(\omega t + \varphi) = I_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \cdot R$$

Dla celów praktycznych ustala się następujące wartości skuteczne:

**Natężenie skuteczne** – ( $I_{sk}$ ) prądu przemiennego, to natężenie, przy którym prąd stały wykona pracę  $W$  lub wydzieli ciepło  $Q$ , równe co do wartości pracy wykonanej przez dany prąd zmienny podczas jednego pełnego okresu zmian.

**Napięcie skuteczne** – ( $U_{sk}$ ) wartość napięcia zmiennego, która wydziela na danym obciążeniu  $R_z$  tę samą energię, co napięcie stałe, przyłożone do tego samego obciążenia.

W przypadku przebiegów sinusoidalnych

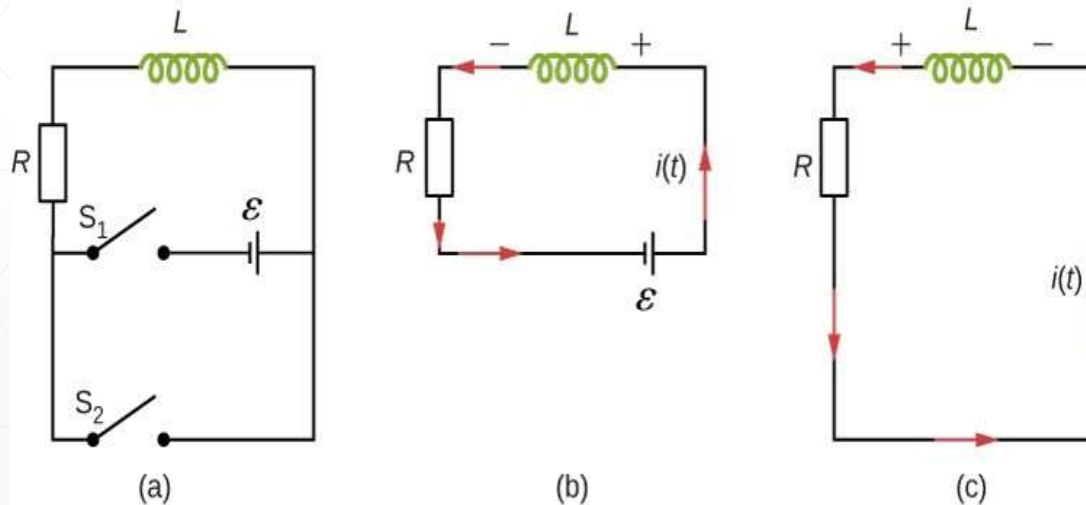
$$I_{sk} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_{max} \approx 0,707 I_{max} \quad \text{oraz} \quad U_{sk} = \frac{\sqrt{2}}{2} U_{max} \approx 0,707 U_{max}$$

# Obwody RLC

W teorii drgań (KF-09, KF-10) badaliśmy ruch drgający układów mechanicznych.

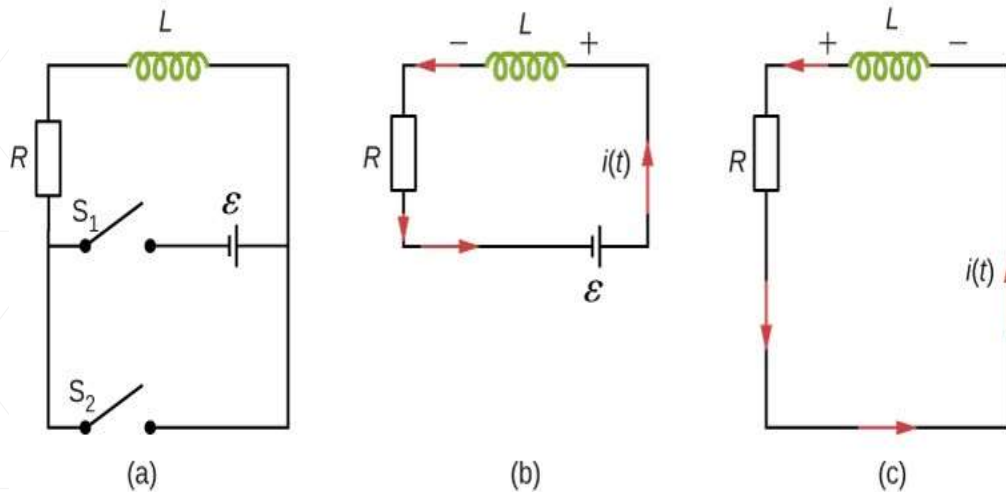
Teraz zajmiemy drganiami elektromagnetycznymi, czyli okresowymi zmianami pola elektromagnetycznego.

W tym celu przeanalizujemy (raz jeszcze – KF-17) zjawiska zachodzące w obwodzie RL zawierającym rezystancję  $R$  i indukcyjność  $L$  oraz ewentualnie źródło siły elektromotorycznej  $\mathcal{E}$ .



W. Moebis, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

Obwód RL z przełącznikami  $S_1$  i  $S_2$ . Przedstawione są obwody otrzymane przez (b) zamknięcie  $S_1$  i pozostawienie  $S_2$  otwartym, (c) zamknięcie  $S_2$  i pozostawienie  $S_1$  otwartym.



Na mocy II prawa Kirchoffa:

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt} - iR = 0$$

którego rozwiązaniem jest:

$$i(t) = \frac{\varepsilon(1 - e^{-Rt/L})}{R} = \frac{\varepsilon(1 - e^{-t/\tau})}{R}$$

gdzie  $\tau = \frac{L}{R}$

W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

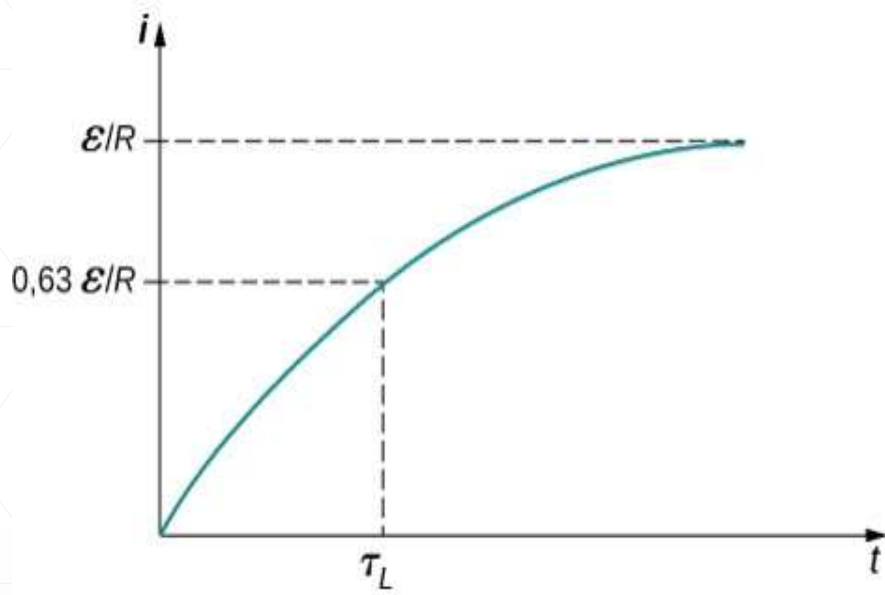
W chwili zamknięcia  $S_1$  bateria zaczyna generować prąd płynący przez obwód.

Gdybyśmy pominęli indukcyjność własną obwodu, natężenie natychmiast wzrosłoby do stałej wartości  $\varepsilon/R$ .

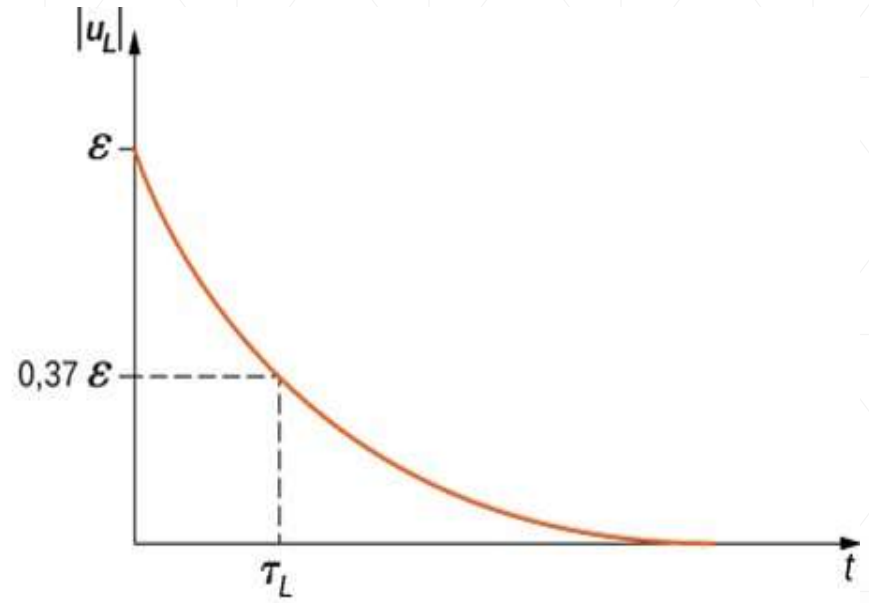
W obwodzie pojawia się jednak dodatkowa SEM  $u_L(t) = -L \cdot di(t)/dt$ , przeciwdziałająca nagłej zmianie prądu zgodnie z regułą Lenza.

W rezultacie  $i(t)$  początkowo jest równe zero, a następnie rośnie asymptotycznie do wartości końcowej.





(a)

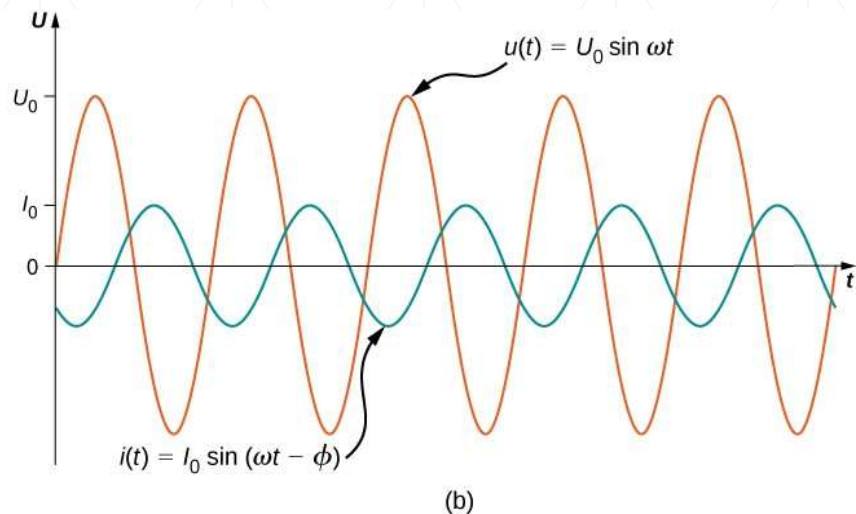
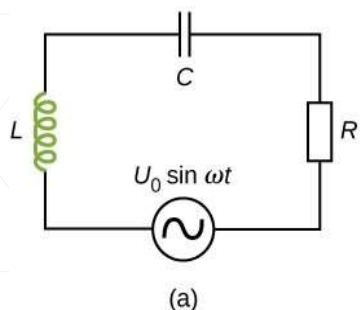


(b)

W. Moebis, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

Zależności prądu (a) oraz napięcia (b) od czasu w układzie RL

Rozważmy teraz, jak zachowuje się obwód, w którym występuje również pojemność  $C$ .



(a) Schemat szeregowego obwodu RLC. (b) Porównanie napięcia wyjściowego na generatorze z natężeniem prądu w obwodzie.

**Rola elementów:** indukcyjność  $L$  – natężenie prądu na zaciskach cewki spóźnia się w fazie w stosunku do źródła, natomiast na zaciskach pojemności  $C$  napięcie spóźnia się w fazie w stosunku do źródła.

Obwód RLC jest układem drgającym. **Dlaczego?**

Przepływ prądu w tym układzie polega na naprzemiennym ładowaniu i rozładowaniu kondensatora. Energia pola elektrycznego gromadzona w kondensatorze ulega zamianie w energię pola magnetycznego w cewce. Dla małej rezystancji  $R$ , te zmiany zachowują się jak drgania harmoniczne.

II prawo Kirchhoffa ma w tym przypadku postać:

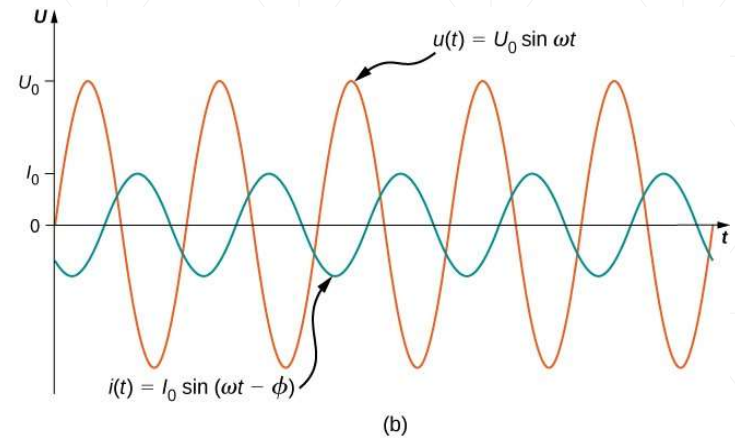
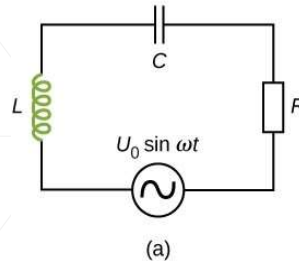
$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = U_0 \sin \omega t$$

a po zamianie na ładunek

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{RdQ}{Ldt} + \frac{Q}{LC} = \frac{U_0}{L} \sin \omega t$$

Postać matematyczna tego równania przypomina równanie mechanicznych drgań wymuszonych.

1. Kondensator się ładuje: w obwodzie powstaje SEM samoindukcji przeciwdziałająca przepływowi prądu ładowania kondensatora,
2. Kondensator naładowany – prąd nie płynie, cała energia jest energia pola elektrycznego w kondensatorze.
3. Rozładowanie kondensatora – prąd płynący wywołuje narastanie pola magnetycznego w cewce, ale pojawia się SEM samoindukcji.
4. Kondensator rozładowany – prąd nie płynie, cała energia jest zgromadzona w cewce.



W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{RdQ}{Ldt} + \frac{Q}{LC} = \frac{U_0}{L} \sin \omega t$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja:

$$Q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Ale ponieważ  $I = dQ/dt$ , zatem:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

Częstość drgań prądu jest równa:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

gdzie  $\beta < 1/LC$ , przez analogię do drgań mechanicznych

$$\text{Częstość drgań własnych układu RLC} - \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

# Podsumowanie

1. Poznaliśmy podstawowe informacje dotyczące prądu zmiennego.
2. Wiemy, po co stosuje się transformatory.
3. Wiemy czym są wartości skuteczne prądów zmiennych.
4. Potrafimy uzasadnić potrzebę stosowania prądu trójfazowego.
5. Stwierdziliśmy, że ruch drgający dotyczy nie tylko okresowej zmiany położenia, ale także okresowej zmiany stanu układu.

