



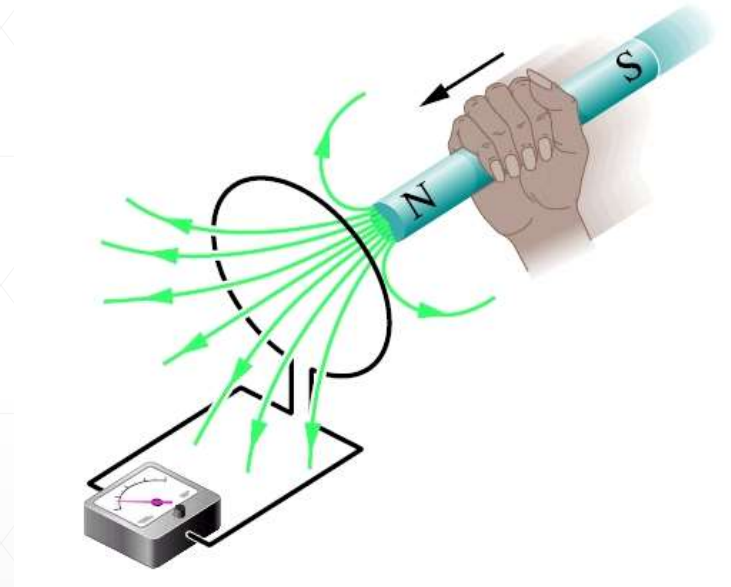
18. Indukcja elektromagnetyczna

- indukcja elektromagnetyczna,
- prawo Faradaya,
- reguła przekory,
- przykłady zastosowania prawa indukcji Faradaya
- indukcyjność,
- samoindukcja – cewki,
- prądy wirowe,
- energia pola magnetycznego,
- prąd przesunięcia.

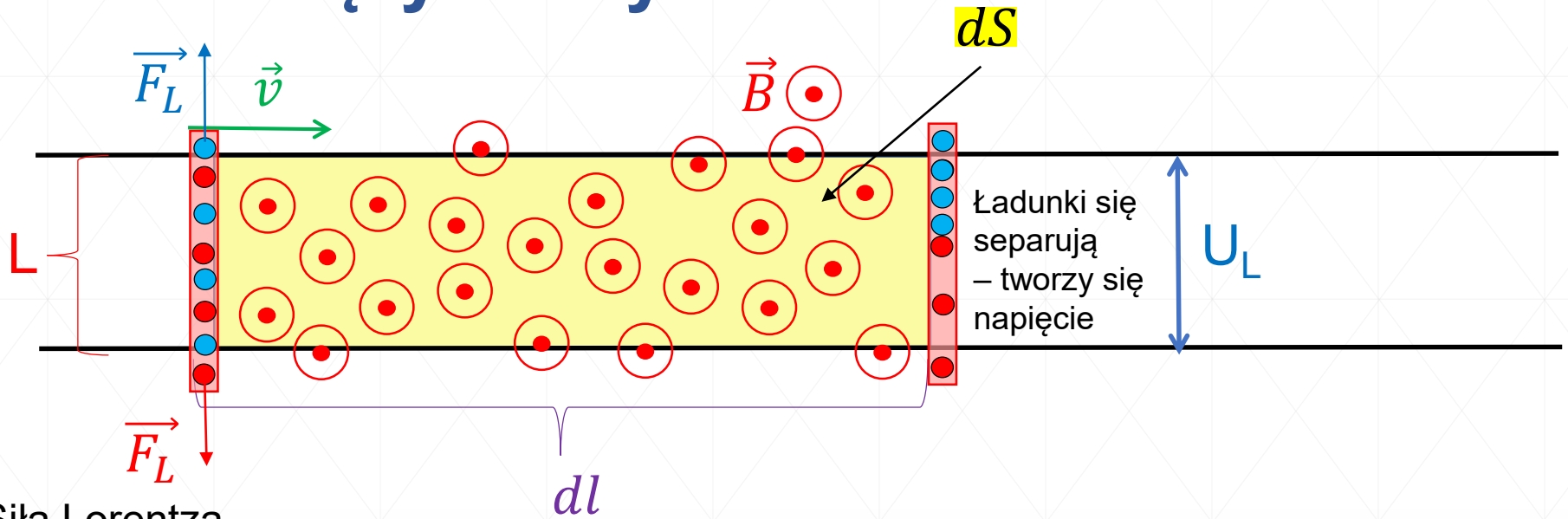


Czy pole magnetyczne powoduje powstanie pola elektrycznego?

Doświadczenie Faraday'a



Przewodząca poprzeczka na dwóch przewodzących szynach – siła Lorentza



dS

Ładunki się separują – tworzy się napięcie

U_L

dl

Siła Lorentza działająca na elektron w poprzeczce:

$$F_L = evB$$

$$F_L = evB = \frac{U_L}{L} e$$

Siła Lorentza powoduje przesunięcie elektronów i wytworzenie napięcia U_L , które równoważy siłę Lorentza.

Stąd napięcie ma wartość:

$$U_L = \frac{LF_L}{e} = LvB = L \frac{dl}{dt} B = B \frac{Ldl}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

W końcowym efekcie otrzymujemy wzór, który wyznacza napięcie powstające pomiędzy szynami jako pochodną czasową strumienia pola magnetycznego

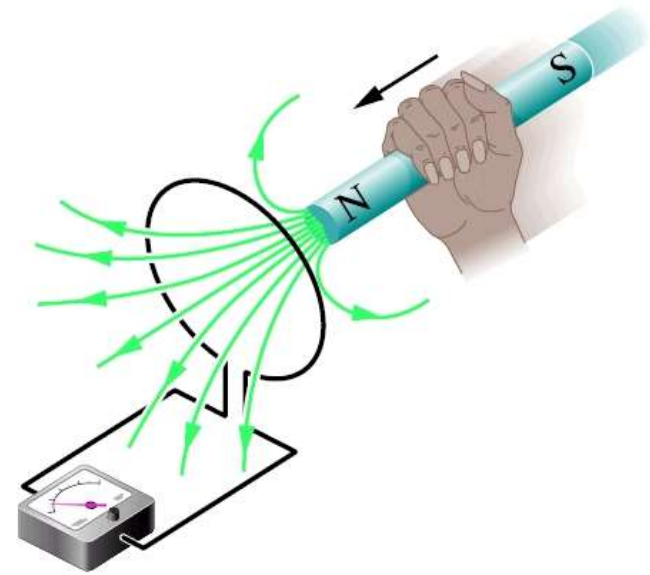
Prawo indukcji Faraday'a

Siła elektromotoryczna indukcji równa się szybkości zmiany strumienia indukcji magnetycznej

$$SEM = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

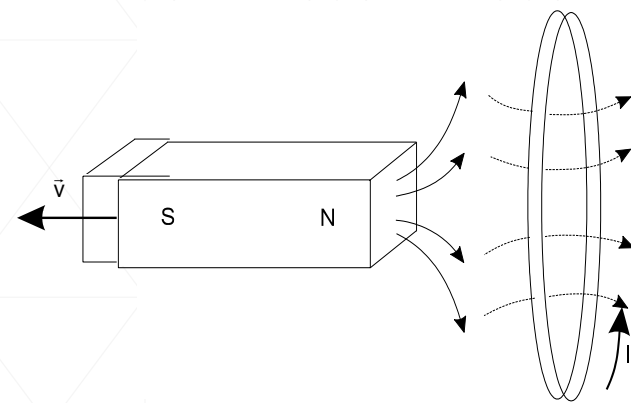
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



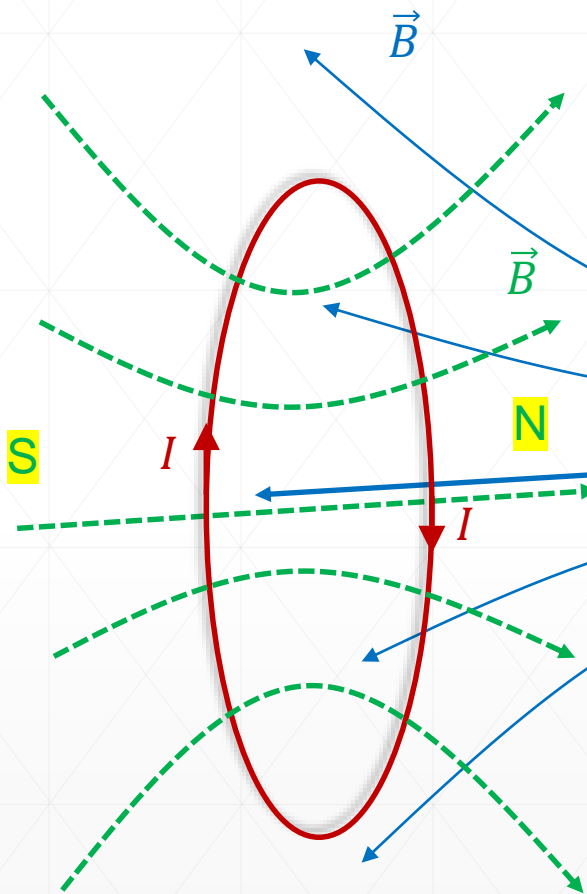
Cyrkulacja wektora natężenia pola elektrycznego wzdłuż dowolnej krzywej zamkniętej równa się szybkości zmian strumienia pola magnetycznego obejmowanego przez tę krzywą

Reguła Lenza

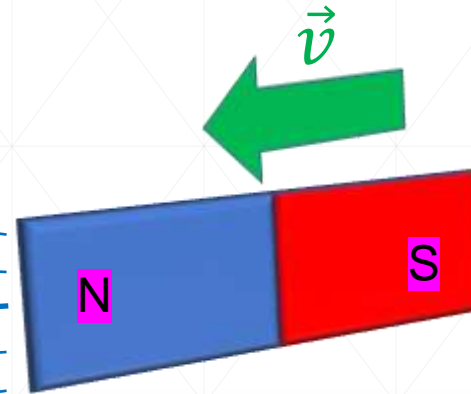


- prąd indukowany w obwodzie ma zawsze taki kierunek, że wytworzony przezeń strumień magnetyczny przez powierzchnię ograniczoną przez ten obwód przeciwdziała **zmianom** strumienia, które wywołały pojawienie się prądu indukowanego
- reguła Lenza jest konsekwencją zasady zachowania energii
- pole elektryczne wywołane zmianami indukcji magnetycznej powstaje niezależnie czy w polu są przewodniki czy nie
- pole elektryczne **wywołane przez zmiany strumienia** nie jest polem zachowawczym – **jest polem wirowym**

Kierunek indukowanego napięcia (prądu) w obwodzie



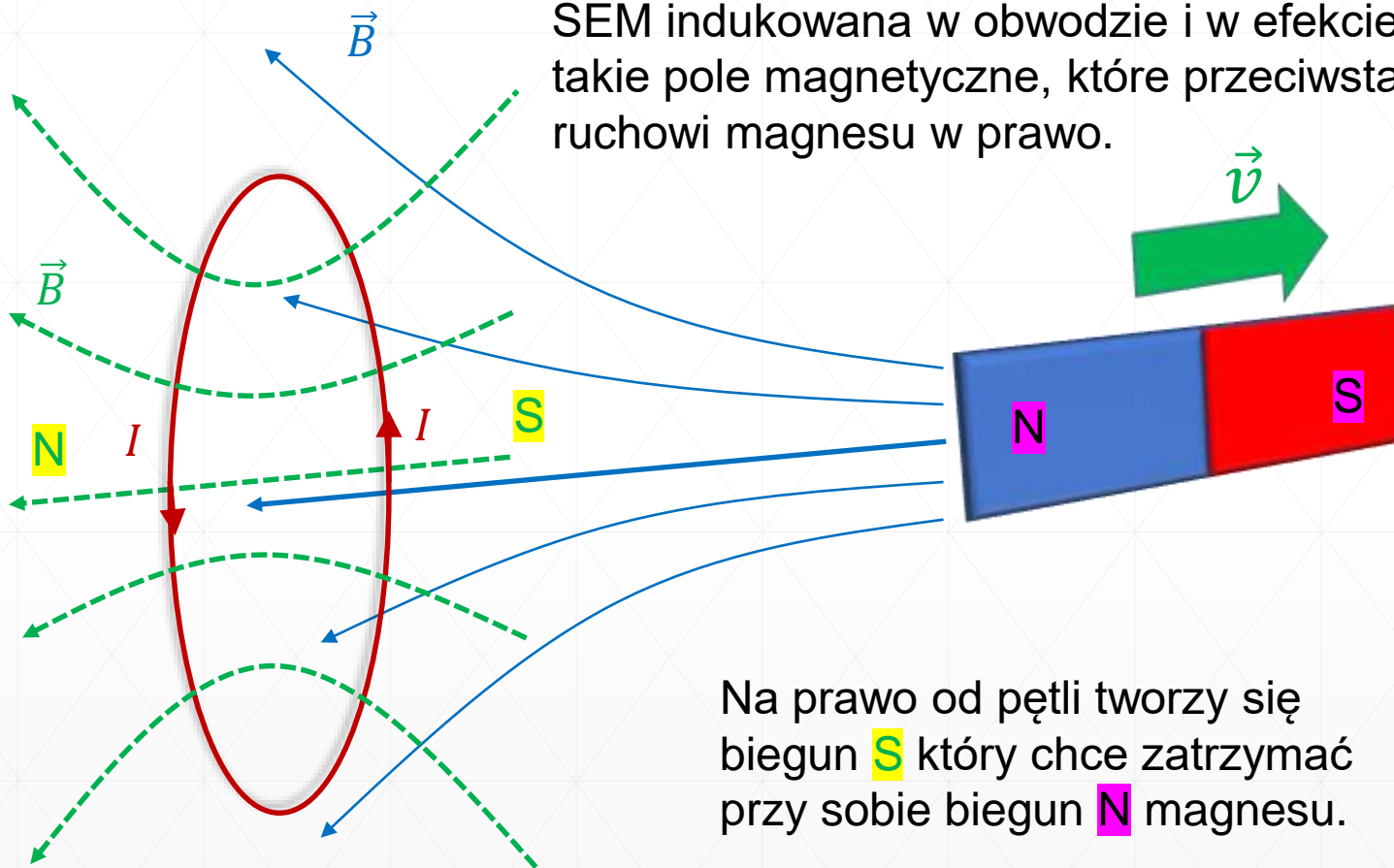
SEM indukowana w obwodzie i w efekcie prąd tworzy takie pole magnetyczne, które przeciwstawia się ruchowi magnesu w lewo.

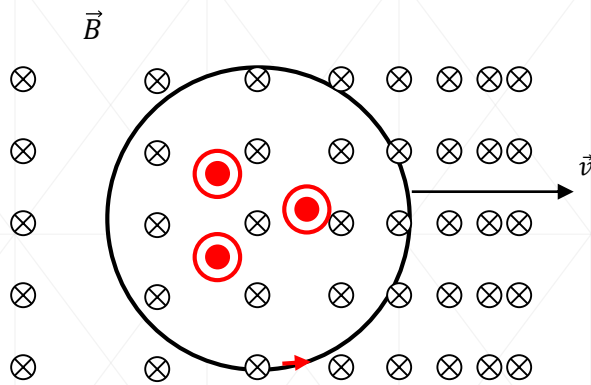
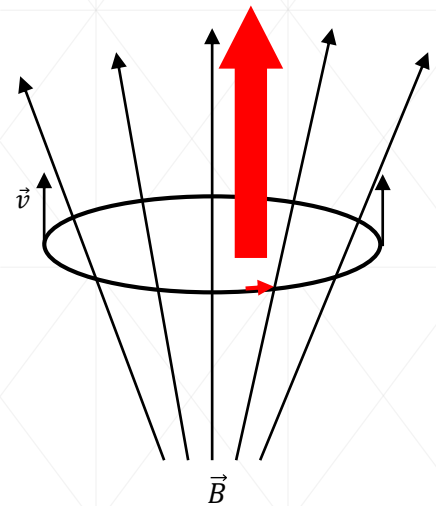


Na prawo od pętli tworzy się biegun **N** który odpycha biegun **N** magnesu.

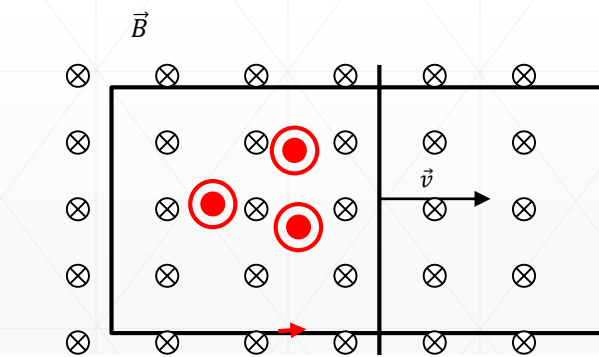
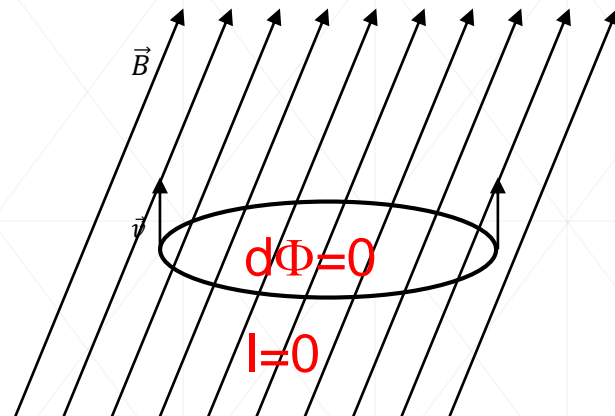
Kierunek indukowanego napięcia (prądu) w obwodzie

SEM indukowana w obwodzie i w efekcie prąd tworzy takie pole magnetyczne, które przeciwstawia się ruchowi magnesu w prawo.

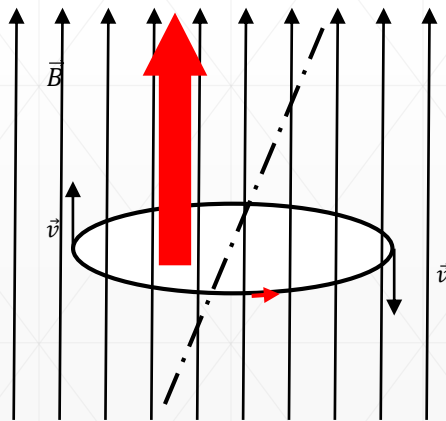




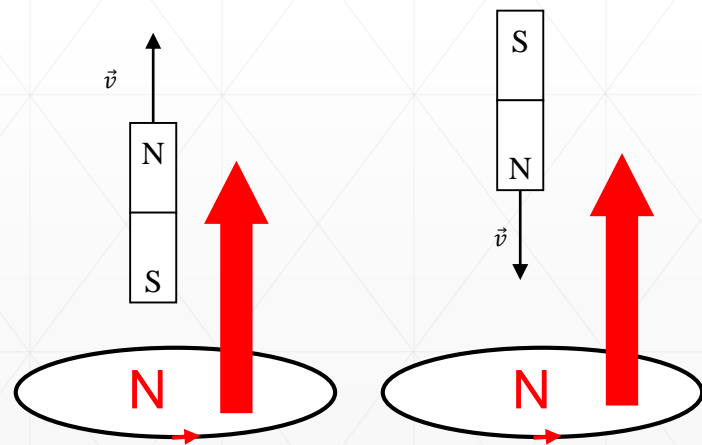
⊗ pole skierowane za kartkę



pręt porusza się po szynach w jednorodnym polu



Obrót pętli o 90° w jednorodnym polu



Magnes porusza się względem obwodu

Indukcja własna

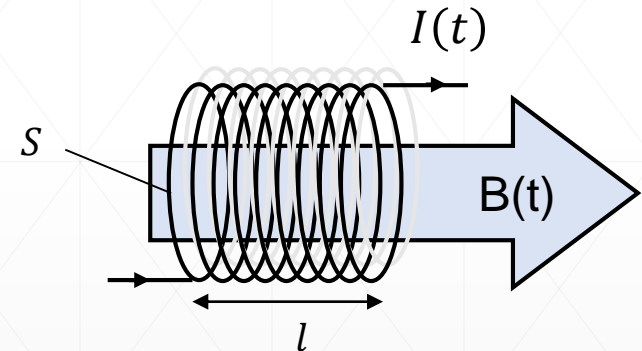
- samoindukcja – indukcja siły elektromotorycznej w obwodzie przez płynący w nim prąd zmienny
- w solenoidzie o N zwojach, powierzchni S i długości l płynący zmienny prąd I wytwarza SEM

$$\left. \begin{aligned} B &= \mu_0 \mu_r n I \\ \Phi_B &= N B S \end{aligned} \right\} \Phi_B = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 I}{l} S$$

$$SEM = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l} S \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l} S$$

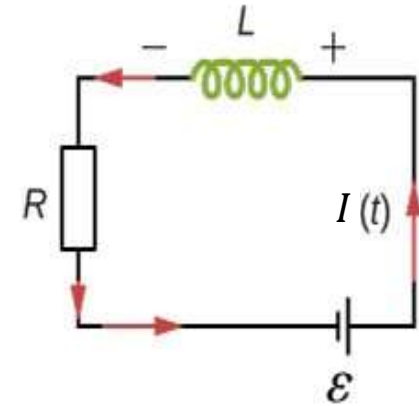
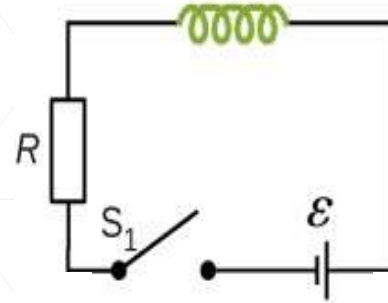
gdzie L nazywa się indukcyjnością solenoidu [1H (henr) = 1Vs/A] i zależy od jego kształtu, rozmiarów i własności magnetycznych ośrodka



Skutki działania samoindukcji

Obwody RL

Obwód RL z przełącznikiem S_1 .
Przedstawione są obwody
otrzymane przez zamknięcie S_1



Na mocy II prawa Kirchoffa mamy:

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} - IR = 0$$

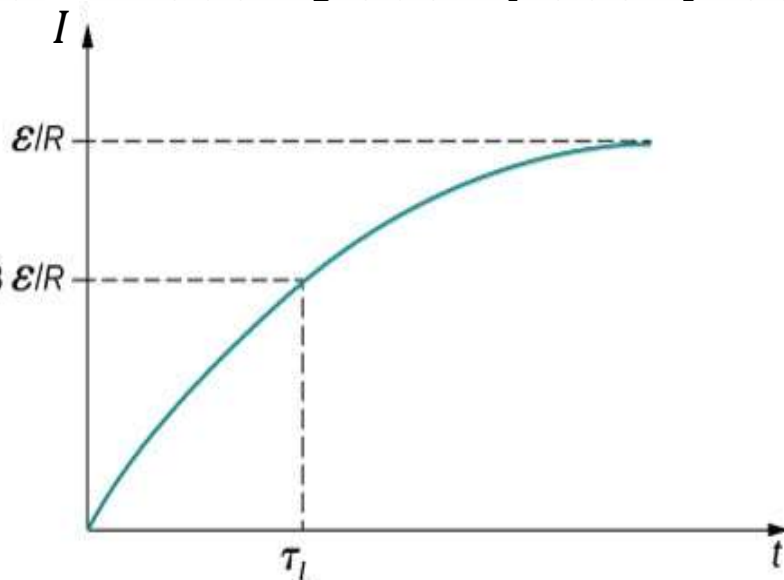
którego rozwiązaniem jest:

$$I(t) = \frac{\varepsilon(1 - e^{-Rt/L})}{R} = \frac{\varepsilon(1 - e^{-t/\tau})}{R}$$

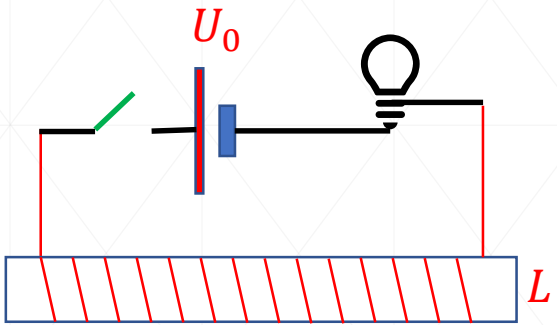
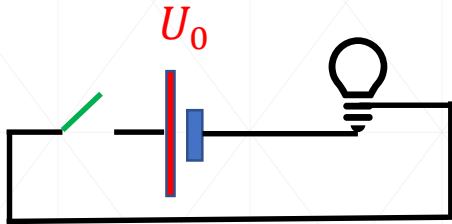
gdzie

$$\tau = L/R$$

Po zamknięciu klucza S_1 prąd $I(t)$ początkowo jest równy zero, a następnie rośnie asymptotycznie do wartości końcowej $I = \varepsilon/R$

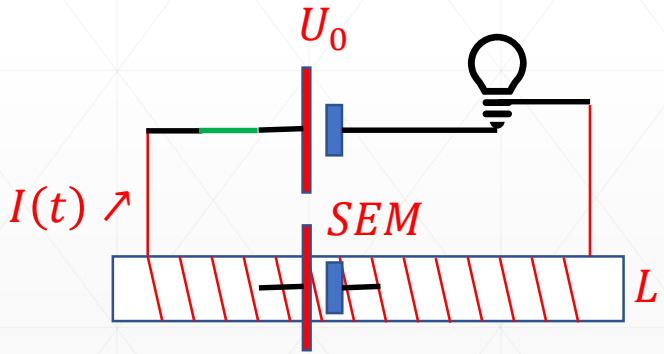
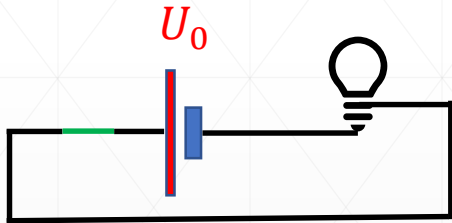


Założmy, że mamy dwa proste obwody zasilane stałym napięciem. Lewy składa się ze źródła zasilania i żarówki, a prawy ze źródła zasilania, żarówki i cewki o indukcyjności L .



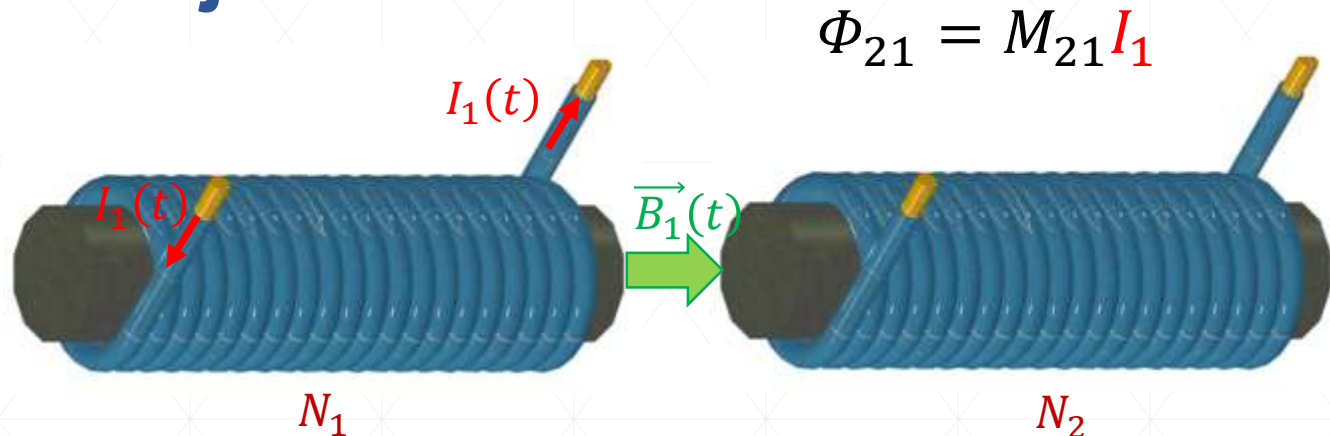
Co się stanie gdy włączymy zasilanie do obwodów?

Po włączeniu zasilania żarówka w układzie lewym rozświetla się od razu pełnym światłem natomiast żarówka w układzie prawym rozświetla się powoli. Im jest większa indukcyjność cewki tym proces rozświetlenia trwa dłużej.



Po włączeniu zasilania prąd wzrasta. Cewka się temu przeciwstawia i generuje SEM , które się odejmuje od napięcia zasilania U_0 . W efekcie tego na żarówkę działa efektywnie różnica napięcia $U_0 - SEM$. Im bardziej prąd się stabilizuje tym ta różnica jest większa (bo zmniejsza się SEM) i żarówka w efekcie końcowym dochodzi do rozświetlenia właściwego – takiego jak w przypadku żarówki lewej.

Indukcja wzajemna



$$\Phi_{B1} = L_1 I_1$$

W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.1-3, openstax, Polska, 2018

Jeśli siła elektromotoryczna indukcji wzbudzona jest w przewodniku, który znajduje się w zmiennym polu magnetycznym wytworzonym przez inny przewodnik, to mówimy o indukcji wzajemnej

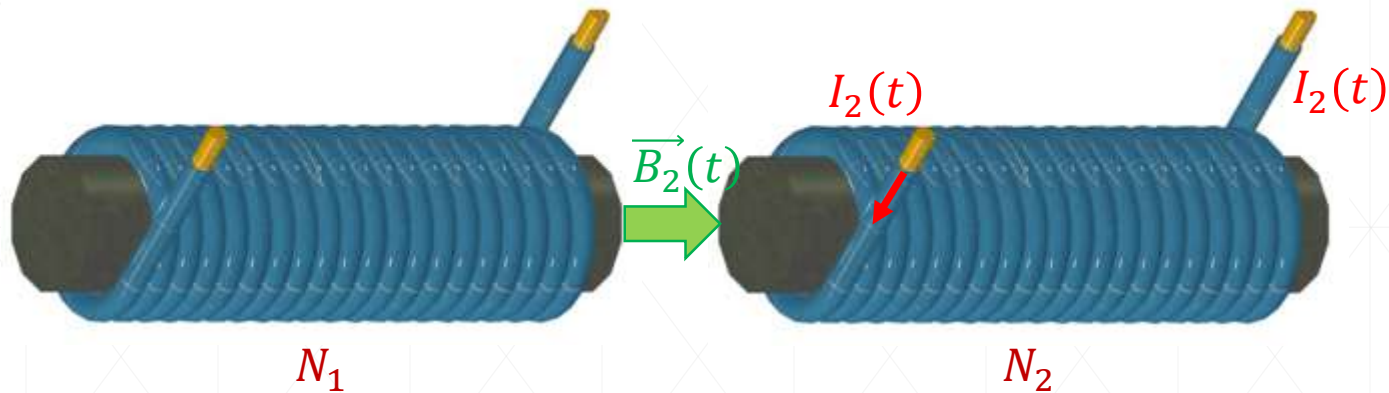
$$SEM_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

Podobnie gdy prąd płynie w drugim przewodniku, zatem

$$SEM_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad SEM_{12} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$M_{12} < (L_1 L_2)^{1/2}$, gdyż linie sił pola ulegają rozproszeniu – nie występuje doskonałe sprzężenie między obwodami

Oba współczynniki M_{12} i M_{21} zależą od: rozmiarów geometrycznych cewek, wzajemnej odległości pomiędzy obwodami, wzajemnego ukierunkowania tych cewek i liczby zwojów N_1 i N_2 tych cewek.



W. Moebis, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.1-3, openstax, Polska, 2018

Jednostką indukcyjności wzajemnej w układzie SI jest 1 henr (tak jak i dla samoindukcji):

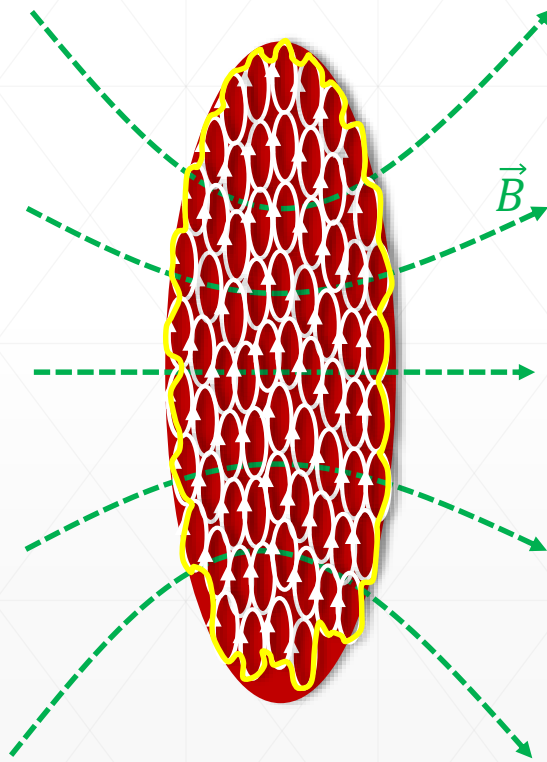
$$[H] = \left[\frac{T \cdot m^2}{A} \right] = \left[\frac{N \cdot m^2}{A \cdot m \cdot A} \right] = \left[\frac{N \cdot m}{A^2} \right] = \left[\frac{J \cdot s}{A \cdot s \cdot A} \right] = \left[\frac{J \cdot s}{C \cdot A} \right] = \left[\frac{V \cdot s}{A} \right]$$

Indukcyjność wzajemna jest równa 1 H jeżeli prąd 1 A płynący w obwodzie pierwszym generuje w obwodzie drugim strumień indukcji pola magnetycznego równy 1 T m^2 .

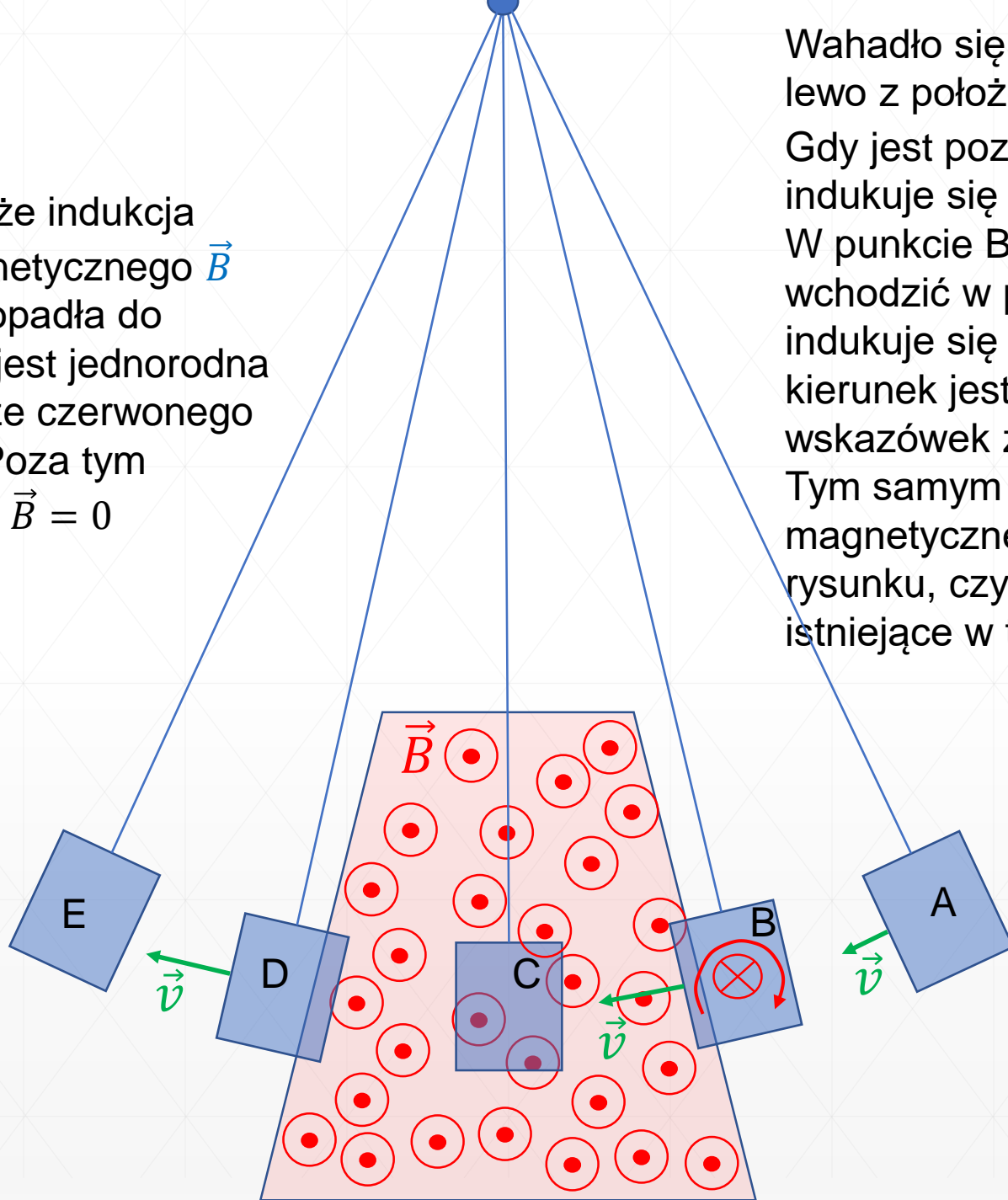
Można udowodnić, że w przypadku ośrodka jednorodnego i nieferromagnetycznego indukcje wzajemne obu obwodów są sobie równe i są oznaczane $M = M_{12} = M_{21}$

Przykłady: prądy wirowe

Prądy wytwarzane w ośrodkach przewodzących, które zgodnie z regułą Lenza przeciwstawiają się przyczynie, dzięki której są wytwarzane.



Założmy, że indukcja pola magnetycznego \vec{B} jest prostopadła do rysunku i jest jednorodna w obszarze czerwonego trapezu. Poza tym obszarem $\vec{B} = 0$



Wahadło się porusza z prawa na lewo z położenia A do B.

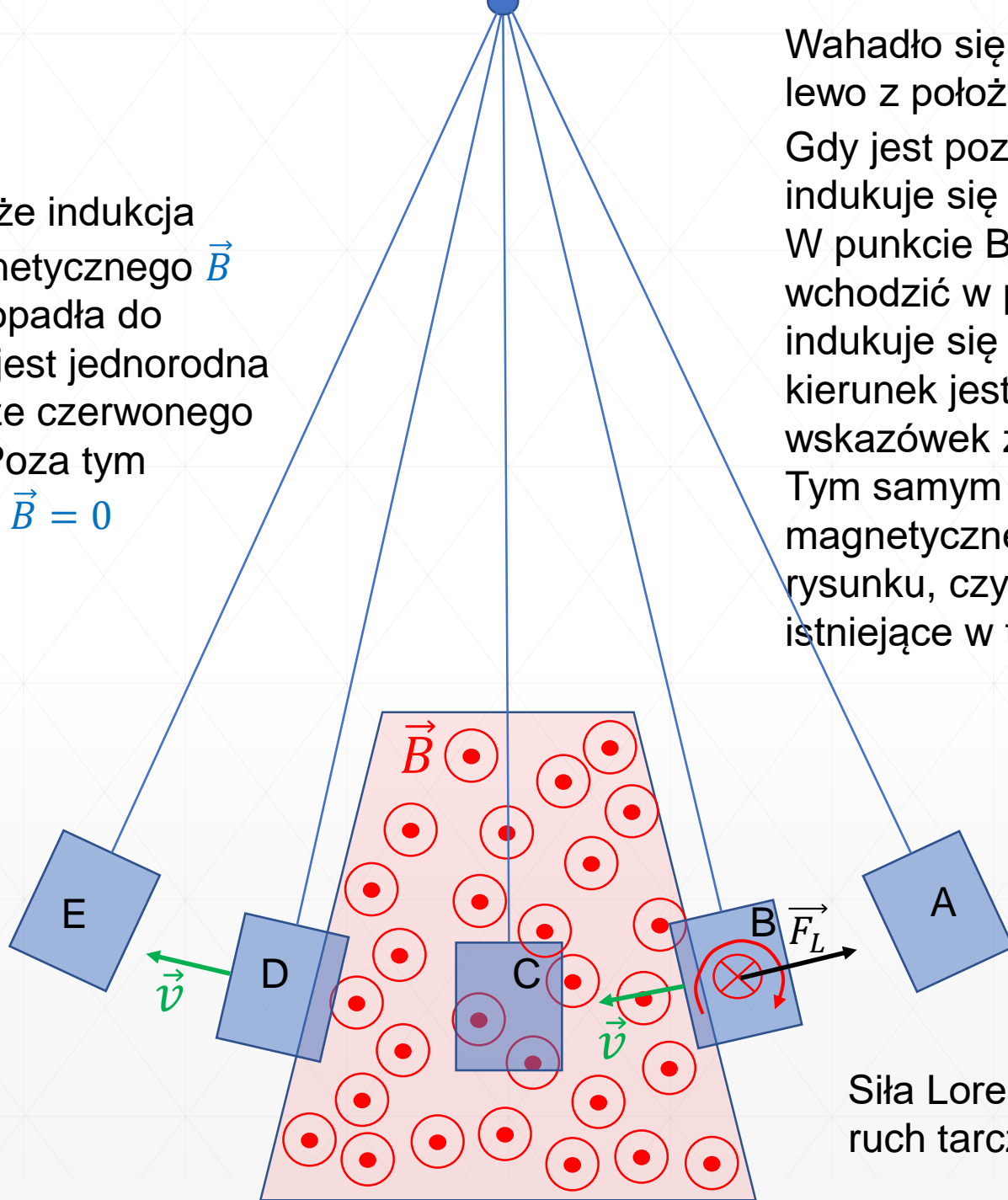
Gdy jest poza polem \vec{B} nie indukuje się w nim nic.

W punkcie B gdy tarcza zaczyna wchodzić w pole magnetyczne indukuje się w nim prąd którego kierunek jest zgodny z ruchem wskazówek zegara.

Tym samym powstaje także pole magnetyczne skierowane w głąb rysunku, czyli **OSŁABIA** pole istniejące w trapezie!



Założmy, że indukcja pola magnetycznego \vec{B} jest prostopadła do rysunku i jest jednorodna w obszarze czerwonego trapezu. Poza tym obszarem $\vec{B} = 0$

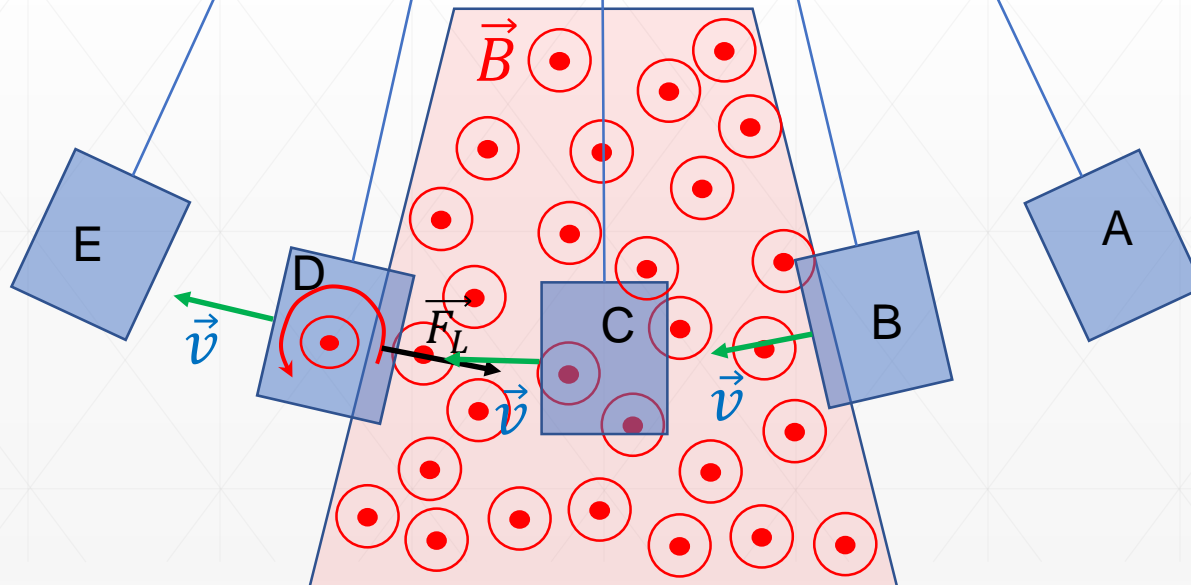


Wahadło się porusza z prawa na lewo z położenia A do B.
Gdy jest poza polem \vec{B} nie indukuje się w nim nic.
W punkcie B gdy tarcza zaczyna wchodzić w pole magnetyczne indukuje się w nim prąd którego kierunek jest zgodny z ruchem wskazówek zegara.
Tym samym powstaje także pole magnetyczne skierowane w głąb rysunku, czyli **OSŁABIA** pole istniejące w trapezie!

Siła Lorentza \vec{F}_L spowalnia ruch tarczy

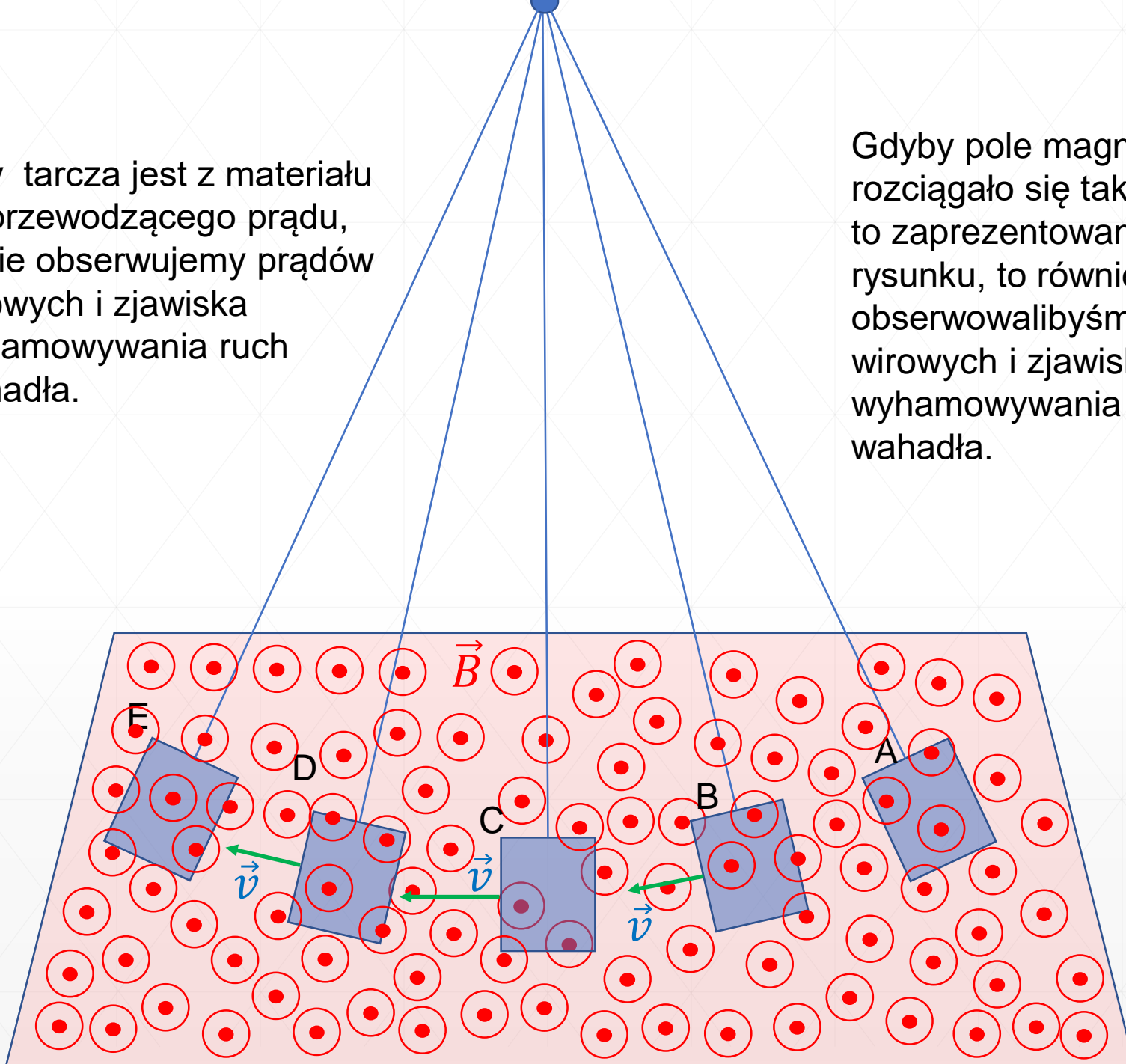
Jak płytka znajdzie się całkowicie w obszarze jednorodnego pola \vec{B} nie indukują się w niej prądy wirowe i nie działa na nią żadna dodatkowa hamująca siła.

Gdy płytka wychodzi z pola magnetycznego \vec{B} wówczas indukuje się prąd przeciwny do ruchu wskazówek zegara. Wytwarza on pole, które wspomaga pole zewnętrzne. Jest to zrozumiałe bo pole zewnętrzne „maleje” i reguła Lenza wymusza jego wzmocnienie. Prąd ten daje nam siłę Lorentza która działa w prawo czyli spowalnia ruch płytki.



Gdy tarcza jest z materiału nieprzewodzącego prądu, to nie obserwujemy prądów wirowych i zjawiska wyhamowywania ruchu wahadła.

Gdyby pole magnetyczne rozciągało się tak jak jest to zaprezentowane na rysunku, to również nie obserwowalibyśmy prądów wirowych i zjawiska wyhamowywania ruchu wahadła.



Prądy wirowe - zastosowania



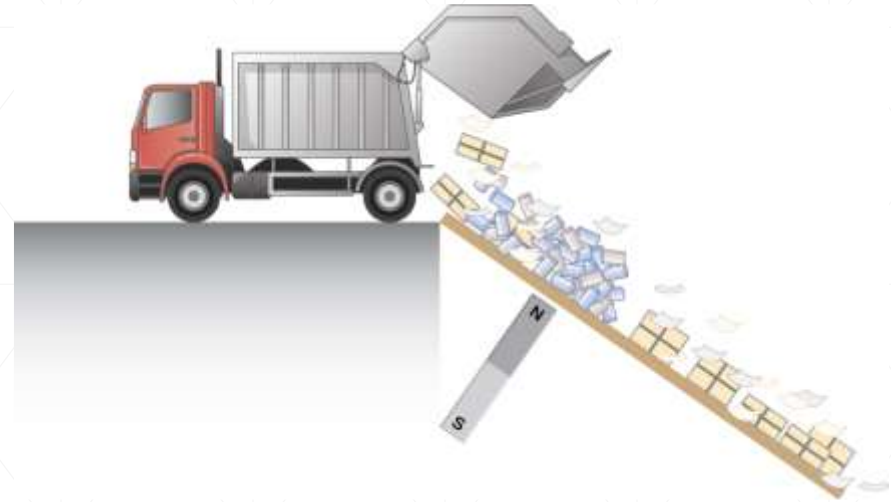
Prądy wirowe (indukowane zmiennym polem magnetycznym) są stosowane w hamulcach magnetycznych np. w rowerach stacjonarnych czy rolercoasterach.



Prądy wirowe prądami indukowanymi w piecach indukcyjnych. W takich piecach albo tygiel musi być z materiału przewodzącego albo materiał ogrzewany taki być musi.

Prądy wirowe - zastosowania

Prądy wirowe pozwalają oddzielić metalowe śmieci od niemetalowych.



Prądy wirowe są częściowo wykorzystywane w kuchenkach indukcyjnych.

Energia pola magnetycznego

Wcześniej w ramach wykładu o polu elektrycznym zostało pokazane, że pole elektryczne zawiera w sobie energię. Wystarczy, że w przestrzeni jest niezerowy wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E} to gęstość energii tego pola wynosi:

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad \text{dla próżni}$$

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 \quad \text{dla ośrodka materialnego o przenikalności } \varepsilon_r$$

Analogicznie w przypadku istnienia w przestrzeni pola magnetycznego o indukcji \vec{B} jest tam zgromadzona energia pola magnetycznego o gęstości:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad \text{dla próżni}$$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_r \mu_0} B^2 \quad \text{dla ośrodka materialnego o przenikalności } \mu_r$$

Energia pola magnetycznego zgromadzona w cewce o indukcyjności L

W cewce wypełnionej powietrzem pole magnetyczne o indukcji \vec{B} gromadzi się właściwie w jej wnętrzu, więc całkowita energia zgromadzona w tej cewce wynosi:

$$E_p = V u_B = Sl \frac{1}{2\mu_0} B^2 = Sl \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 IN}{l} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 SN^2}{l} I^2$$

gdzie:

V – objętość cewki,

S – pole powierzchni poprzecznej cewki,

l – długość cewki,

N – ilość zwojów cewki,

I – prąd płynący w cewce.

wcześniej
oznaczyliśmy: $\frac{\mu_0 SN^2}{l} = L$ stąd: $E_p = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 SN^2}{l} I^2 = \frac{1}{2} LI^2$

Energia zgromadzona w cewce o indukcyjności L i w kondensatorze o pojemności C

Kondensator o pojemności C służy do gromadzenia energii pola elektrycznego, która jest związana z pojawieniem się napięcia U na okładkach kondensatora. Cewka służy do gromadzenia energii pola magnetycznego, która jest związana z przepływem prądu I przez cewkę. Wzory na energie są bardzo podobne:

$$E_p = \frac{1}{2} C U^2$$

Energia zgromadzona
w kondensatorze

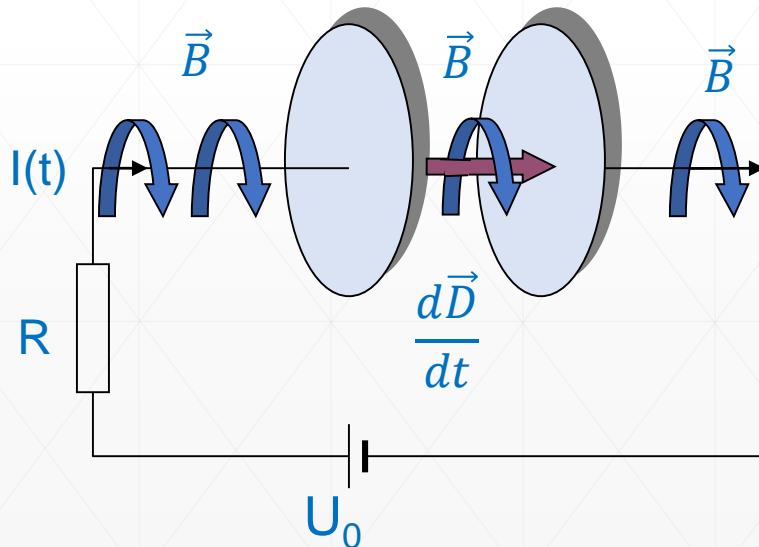
$$E_p = \frac{1}{2} L I^2$$

Energia zgromadzona
w cewce

Jeśli zmienne pole magnetyczne powoduje powstanie pola elektrycznego, to czy zmiany pola elektrycznego nie powodują powstania pola magnetycznego?

Indukowane pole magnetyczne

Rozważmy płaski kondensator ładowany przez opór R ze źródła o stałej sile elektromotorycznej



wokół przewodnika powstaje pole magnetyczne, a co w obszarze między okładkami?

Prąd przesunięcia

Indukcja pola pomiędzy okładkami wynosi:

$$D = \frac{Q}{S} \quad dD = \frac{dQ}{S} \quad \frac{dD}{dt} \cdot S = \frac{dQ}{dt} = I$$

dla pola niejednorodnego

$$I = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_D = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad \text{to zmiana} \quad \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

dla stałej pow. S

$$\frac{d\Phi_D}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = I$$

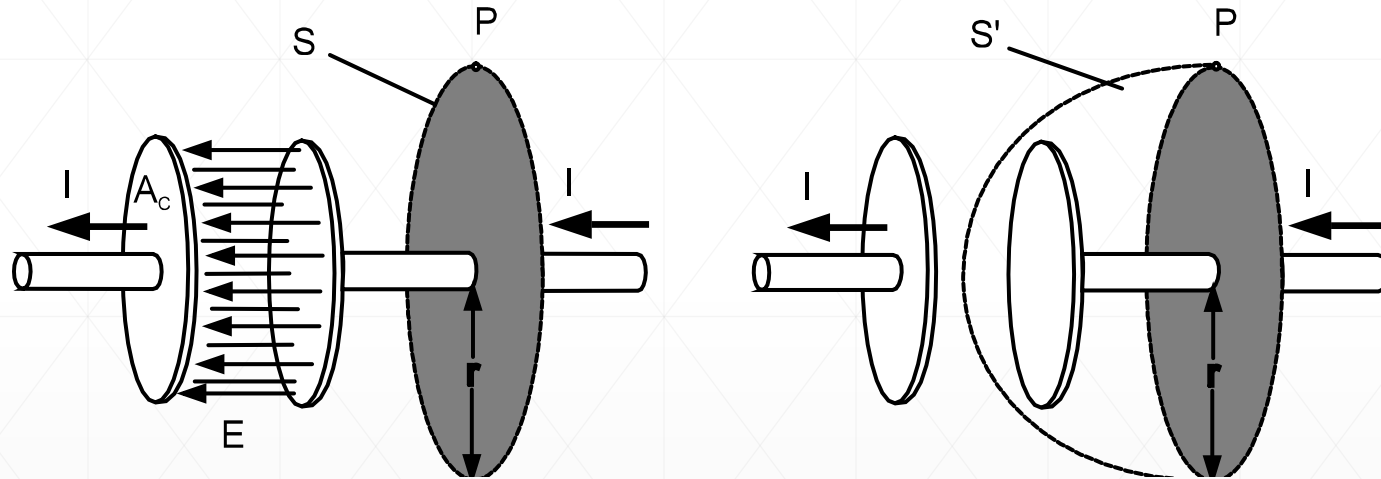
Podczas ładowania kondensatora w obszarze między okładkami zmienia się strumień indukcji D , przy czym szybkość zmian tego strumienia jest równa natężeniu prądu I dopływającego do kondensatora

$$I_p = \frac{d\Phi_D}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- prąd przesunięcia

Uogólnione prawo Ampera

Prawo Ampera powinno być spełnione dla dowolnej powierzchni rozpiętej na okręgu



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(I + I_P) = \mu_0 \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \epsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_C \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \epsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \longrightarrow \quad \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

