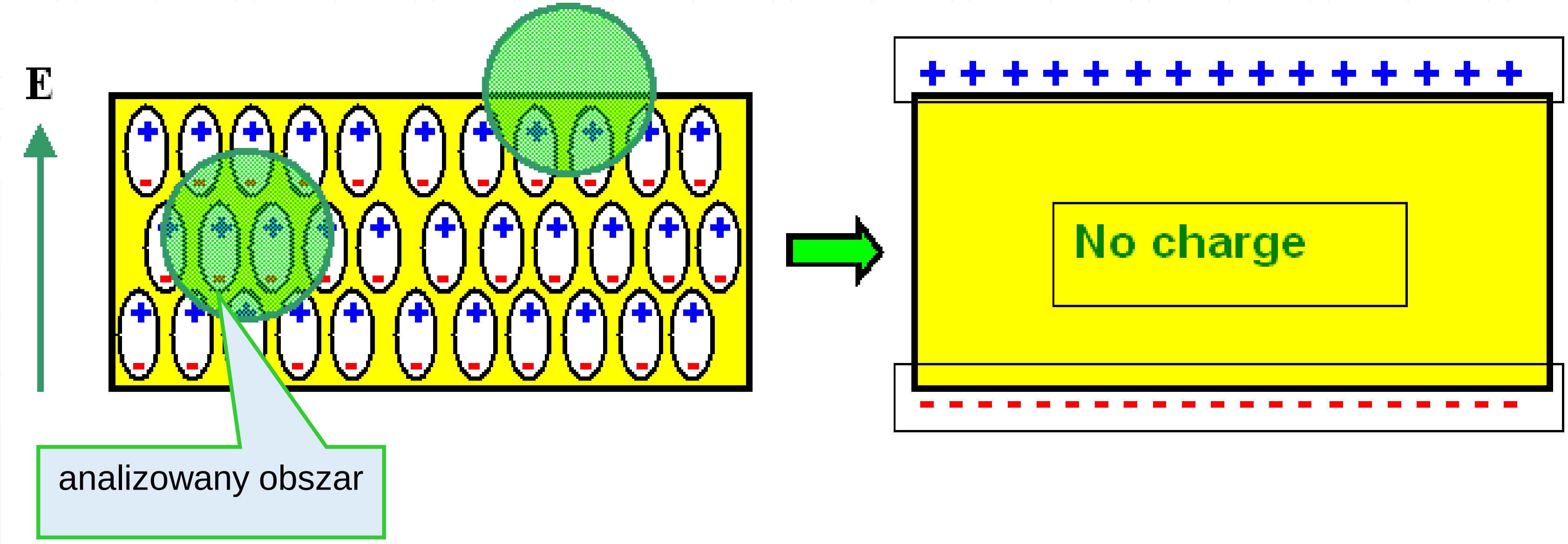
10. Zjawiska elektryczne - II

10.2. Pole elektryczne w ośrodku:

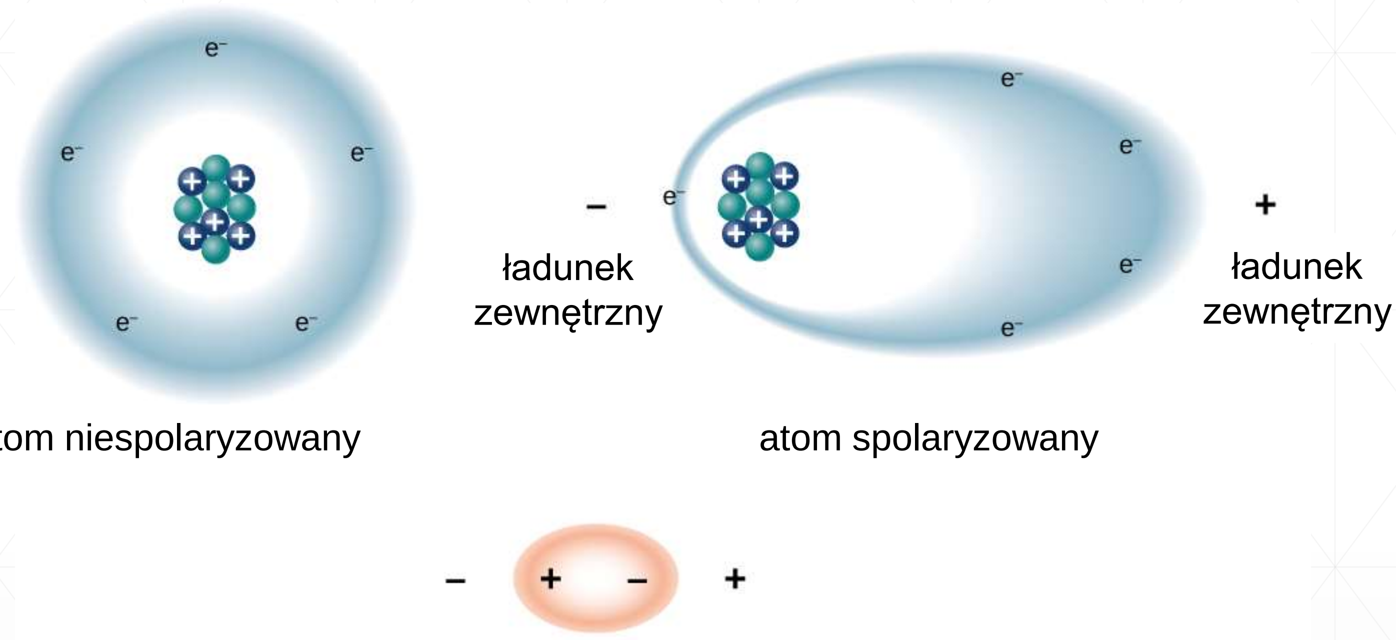
- dielektryki i oddziaływanie pola elektrostatycznego z materią,
- wektory opisujące pole elektrostatyczne w materii,
- kondensatory.

Dielektryki

- dielektryki to substancje, które nie zawierają swobodnych ładunków – nie są przewodnikami prądu elektrycznego
- polaryzacja dielektryka to indukcja ładunku na powierzchni dielektryka pod wpływem zewnętrznego pola elektrostatycznego



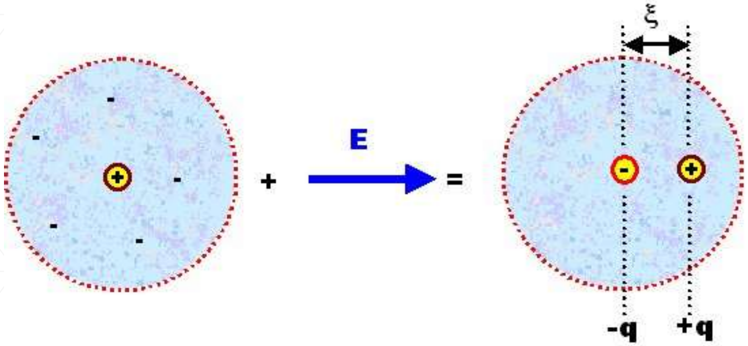
Molekularny model dielektryka



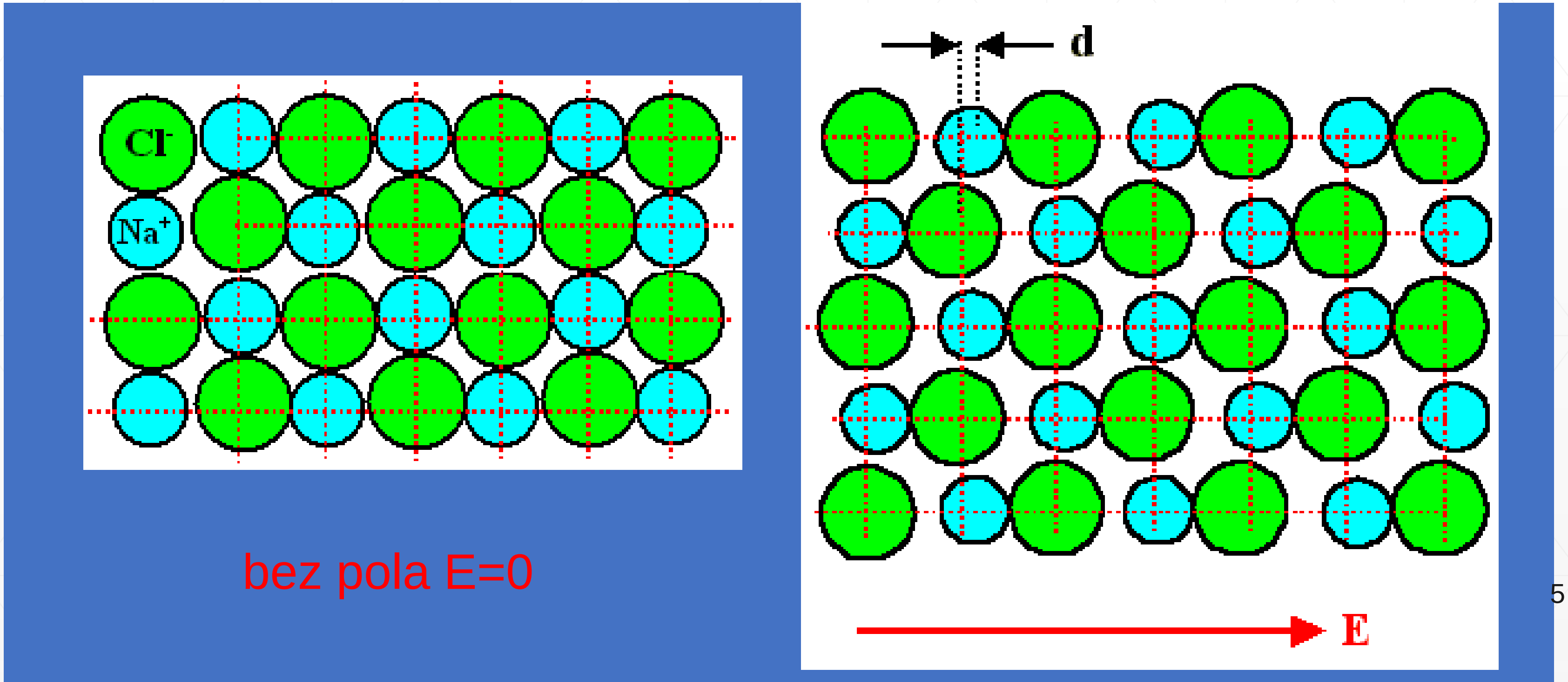
widok w dużej skali spolaryzowanego atomu

Pod wpływem zewnętrznego pola elektrostatycznego możliwa jest deformacja cząsteczek lub atomów (rozciągniecie) i (lub) ich obrót. Prowadzi to do zmiany momentów dipolowych cząsteczek, które z dobrym przybliżeniem możemy potraktować jak zbór dipoli oddziałujących ze sobą i z zewnętrznym polem.

Dielektryki



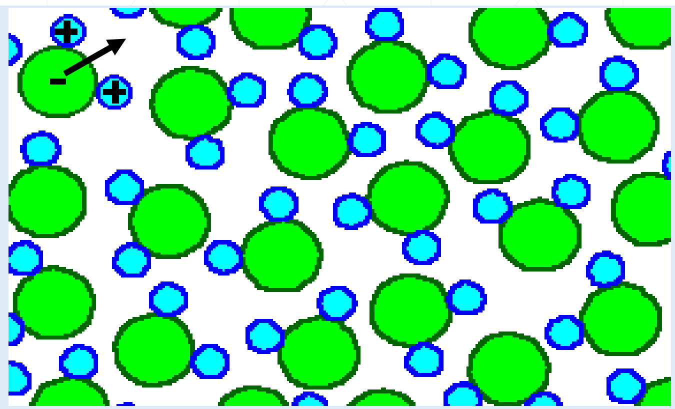
- dielektryki niepolarne – zbudowane z atomów i molekuł, które nie mają trwałych momentów dipolowych np. H_2
  - polaryzacja elektronowa
  - polaryzacja jonowa



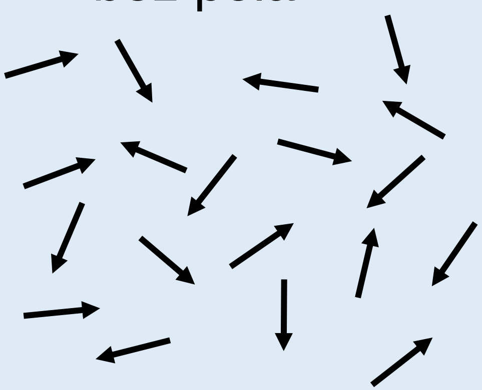
Dielektryki

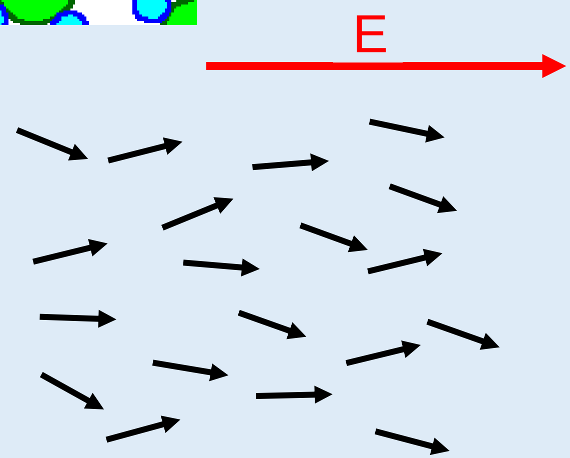
- dielektryki polarne – cząsteczki o samoistnym, trwałym momencie dipolowym H_2O - polaryzacja skierowana

cząsteczki wody

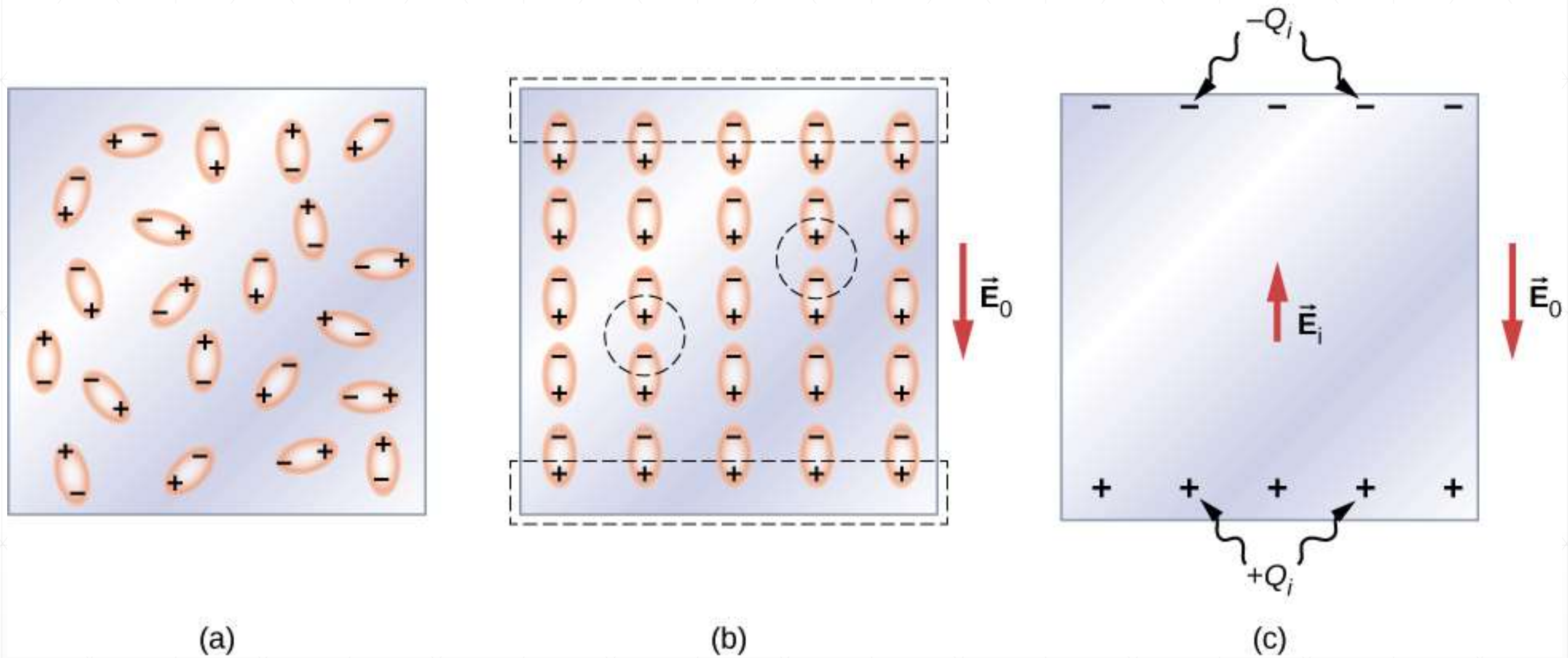


bez pola





Osłabienie pola zewnętrznego

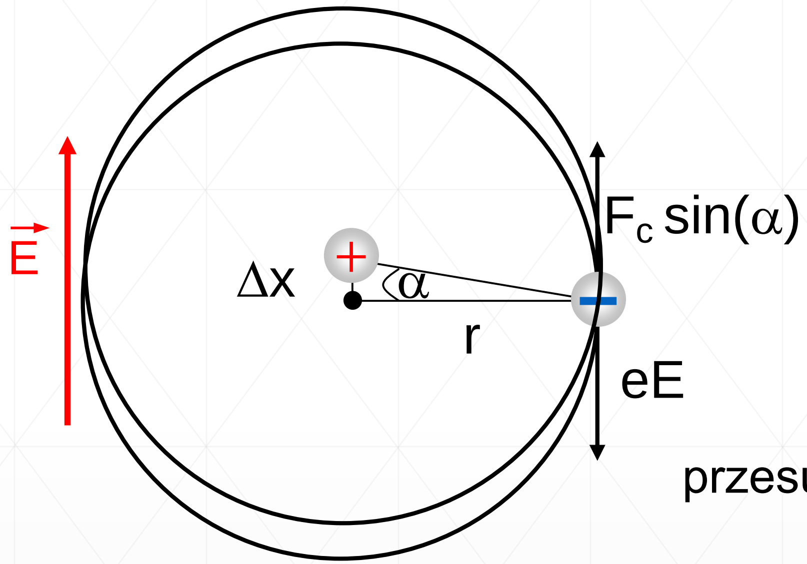


Pole ulega osłabieniu $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$ $\quad |\vec{E}| = E_0 - E_i$

$\vec{E}_0$ pole zewnętrzne $\quad \vec{E}_i$ pole indukowane

Wektor polaryzacji $\vec{\mathrm{P}}$

Rozpatrzmy atom wodoru w zewnętrznym polu elektrostatycznym ***E***



$F_c \sin(\alpha) = eE$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0(r^2+\Delta x^2)} \cdot \frac{\Delta x}{\sqrt{r^2+\Delta x^2}} = eE$$

przesunięcie orbity $\Delta x << r$ czyli $\frac{e \cdot \Delta x}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = E$

indukowany moment dipolowy - $p_e = e \cdot \Delta x = \underbrace{4\pi\varepsilon_0 r^3}_{\alpha} \cdot E$

współczynnik polaryzacji elektronowej → α

Wektor polaryzacji $\vec{P}$

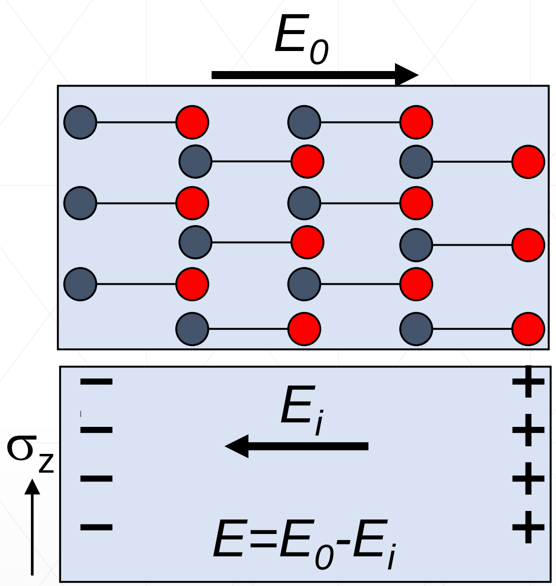
$\vec{P} = n\vec{p}_e = n\alpha\vec{E} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$

gdzie $\chi = n\alpha/\varepsilon_0$ – podatność elektrostatyczna dielektryka

n – liczba cząstek w jedn. objętości

Pole elektryczne w dielektrykach

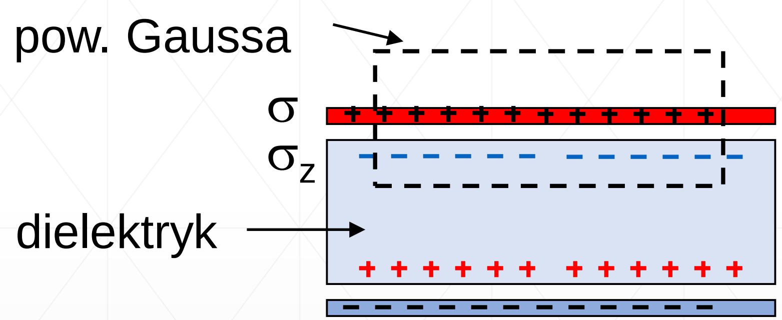
Dielektryk umieszczony w zewnętrznym polu elektrostatycznym $\boldsymbol{E_0}$



dielektryk ulega polaryzacji - na powierzchni indukują się ładunki związane o gęstości σ_z

zamiast mówić o ładunkach związanych wprowadzamy wektor polaryzacji $\vec{P}$, którego składowa normalna jest równa gęstości ładunków związanych $P_n = \sigma_z$

Korzystając z prawa Gaussa dla prostopadłościanu o powierzchni ΔS



$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{(\sigma - \sigma_z) \cdot \Delta S}{\varepsilon_0} = \frac{(\sigma - P_n)\Delta S}{\varepsilon_0}$$

Pole elektryczne w dielektrykach

Dielektryk umieszczony w zewnętrznym polu elektrostatycznym ***E_0***

$$\int_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = (\sigma - P_n)\Delta S$$

ale

$$\vec{P} d\vec{S} = P cos\{kąta\} dS = P_n \Delta S$$

$$\int_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} + P_n \Delta S = \sigma \Delta S \quad \Longrightarrow \quad \int_S \left(\varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}\right) d\vec{S} = \sigma \Delta S = Q$$

Wprowadzając pojęcie wektora indukcji elektrostatycznej $\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}$

$$\int_S \left(\varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}\right) d\vec{S} = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \varepsilon_o \chi \vec{E} = \varepsilon_o \underbrace{(1 + \chi)}_{\varepsilon_r = 1 + \chi} \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E}$$

Indukcja elektrostatyczna $\vec{D}$ jest wielkością wektorową opisującą natężenie pola elektrostatycznego wewnątrz ciał nieprzewodzących (np. dielektryków)

ε_r - względna przenikalność elektrostatyczna ośrodka

Prawo Gaussa w dielektrykach

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \qquad \vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E}$$

Strumień wektora indukcji przez dowolną powierzchnię zamkniętą równy jest ładunkowi swobodnemu zawartemu w obszarze ograniczonym rozpatrywaną powierzchnią

$$\oint_S \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q \qquad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o \varepsilon_r} Q$$

informacja o dielektryku zawarta jest we względnej przenikalności elektrycznej ε_r

Materiał	$\boldsymbol{\varepsilon_r}$
Papier	3,5
Mika	5,4
Krzem	12
Woda	80,4

Dla próżni $\varepsilon_r = 1$

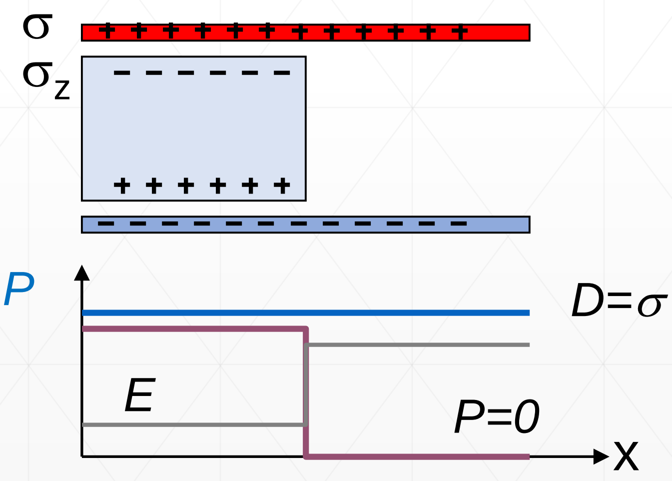
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o} Q$$

Wnioski

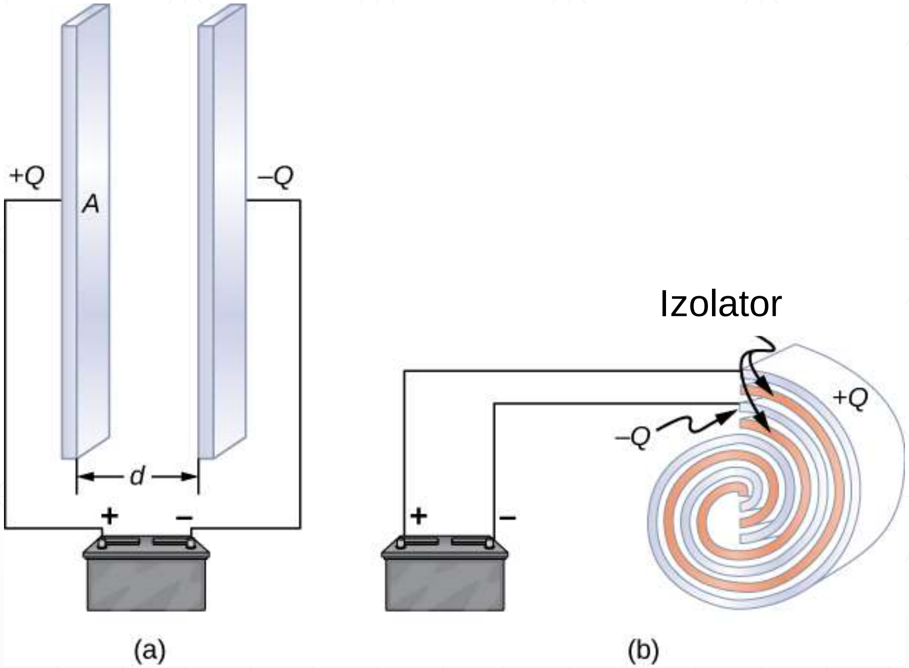
- wektor indukcji $\vec{D}$ ma taką samą postać w próżni i w dielektryku
- natężenie pola $\vec{E}$ jest ε_r razy mniejsze w dielektryku i jest uwarunkowane ładunkiem swobodnym i związanym
- wektor polaryzacji $\vec{P}$ jest spowodowany ładunkiem związanym (w próżni $\vec{P}$ =0)

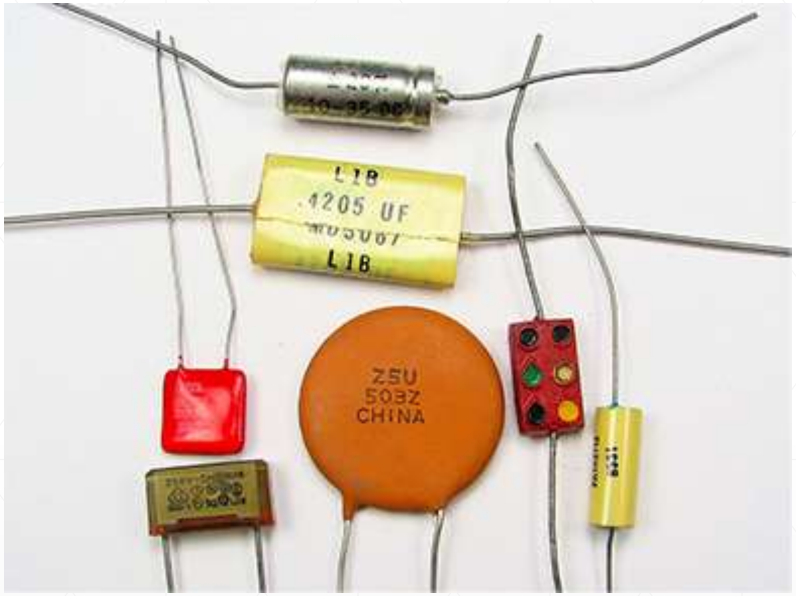
$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}$$

Zmiany indukcji, natężenia pola *D,E,P* i polaryzacji na granicy dielektryka

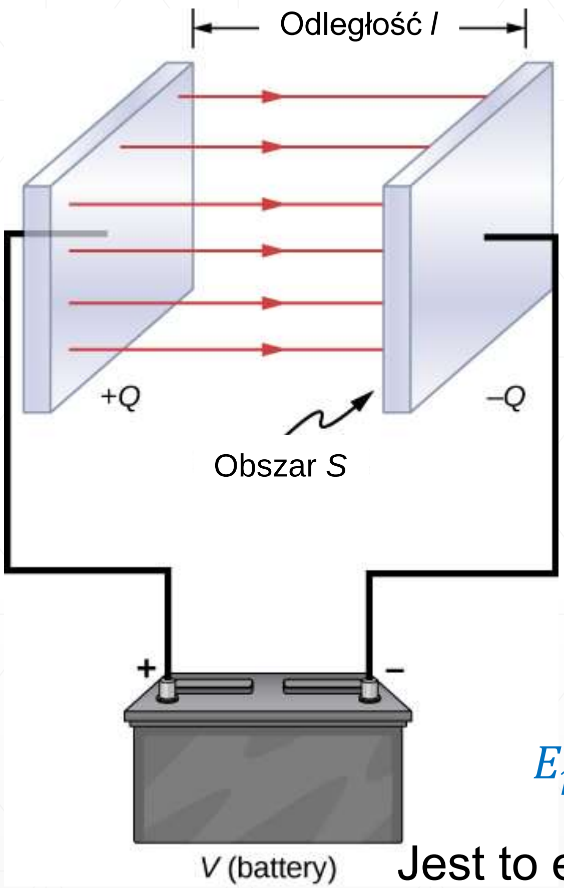


Kondensatory, pojemność





Kondensator płaski



Napięcie pomiędzy okładkami kondensatora wynosi

$$U = \Delta V = El = \frac{Ql}{\varepsilon_0 S}$$

Pojemność kondensatora definiujemy jako

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{S}{l}$$

Aby naładować kondensator do napięcia U bateria musi wykonać pracę przeciwko siłom pola wytworzonego przez ładunek zgromadzony na okładkach.

$$C = \frac{dQ}{dU}$$

$$dW = dE_p = UdQ = CUdU$$

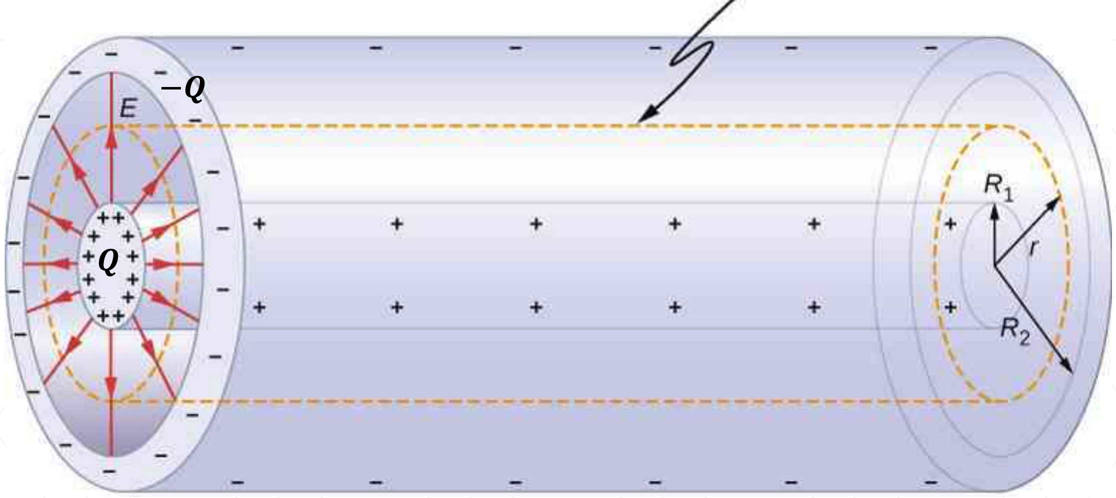
$$E_p = W = \int_0^W dW = \int_0^U CUdU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 lS$$

Jest to energia zgromadzona w płaskim próżniowym kondensatorze

Gęstość energii pola elektrycznego u w kondensatorze jest proporcjonalna do kwadratu natężenia pola elektrostatycznego:

$$u = \frac{E_p}{V} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 lS}{lS} = \frac{\varepsilon_0}{2}E^2$$

Kondensator walcowy



Kondensator walcowy o długości L zbudowany z dwóch współosiowych powierzchni walcowych o promieniach R_1 i R_2. Każda z okładek zawiera ładunek o wartości Q.
Z prawa Gaussa dla powierzchni bocznej walca wyznaczmy E

$$ES = E2\pi rL = Q/\varepsilon_0 \qquad E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 Lr}$$

Ze związku pomiędzy natężeniem a potencjałem szukamy różnicy potencjałów (napięcia) miedzy okładkami

$$U = -\int_{R_2}^{R_1} E dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Pojemność kondensatora wyznaczmy z definicji

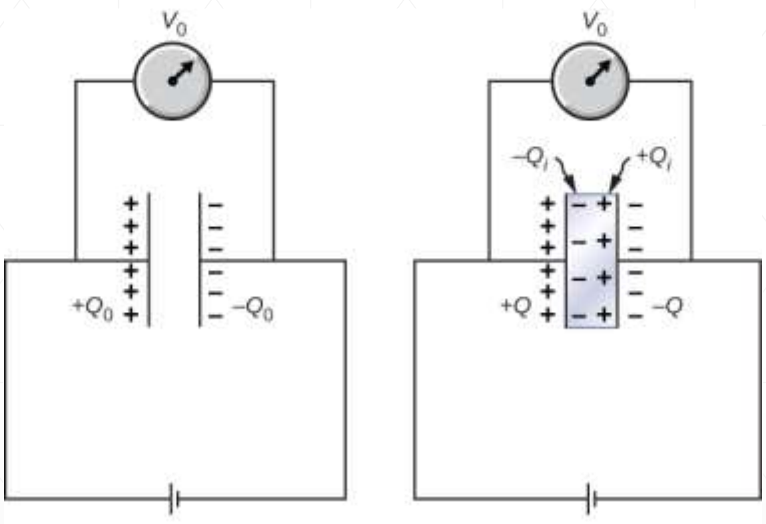
$$C = \frac{Q}{U} = 2\pi\varepsilon_0\frac{L}{ln(R_2/R_1)}$$

Pojemność kondensatora walcowego zależy od wielkości geometrycznych: L, R_1 i R_2

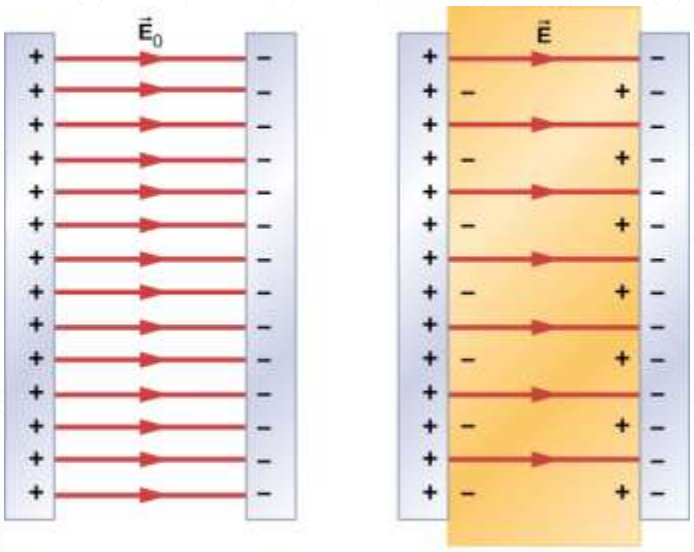
Kondensator z dielektrykiem

Warstwa dielektryka o przenikalności ε_r zostanie wsunięta pomiędzy okładki kondensatora. Jak zmieni się energia pola elektrostatycznego jeśli kondensator płaski jest podłączony do baterii (a) i jeśli nie jest (b). Skąd bierze się różnica energii.

a)



b)



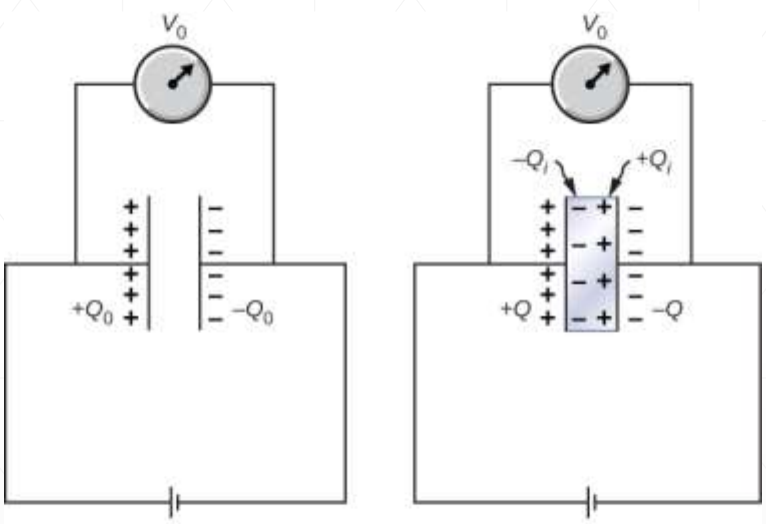
W obu przypadkach pojemność kondensatora wzrasta ε_r razy $C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{l} = \varepsilon_r C_0$

W przypadku (a) gdy kondensator jest podłączony do baterii zwiększa się ładunek zgromadzony na okładkach, a napięcie pozostaje stałe. Energia pola elektrostatycznego wzrośnie ε_r razy, gdyż $E_p = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r C_0 U^2 = \varepsilon_r E_{p0}$. Bateria wykonuje pracę związaną z doprowadzeniem dodatkowego ładunku na okładki kondensatora.

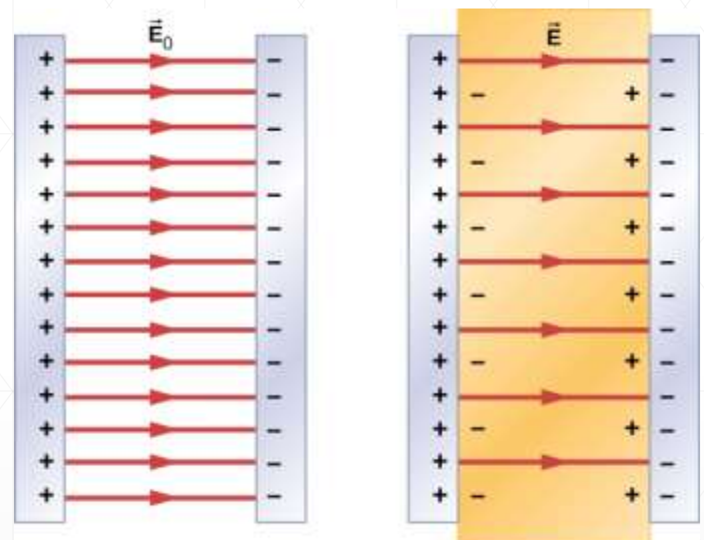
Kondensator z dielektrykiem

Warstwa dielektryka o przenikalności ε_r zostanie wsunięta pomiędzy okładki kondensatora. Jak zmieni się energia pola elektrostatycznego jeśli kondensator płaski jest podłączony do baterii (a) i jeśli nie jest (b). Skąd bierze się różnica energii.

a)



b)



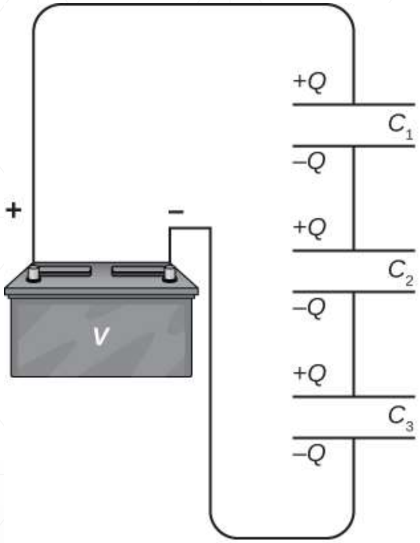
W obu przypadkach pojemność kondensatora wzrasta ε_r razy $C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{l} = \varepsilon_r C_0$

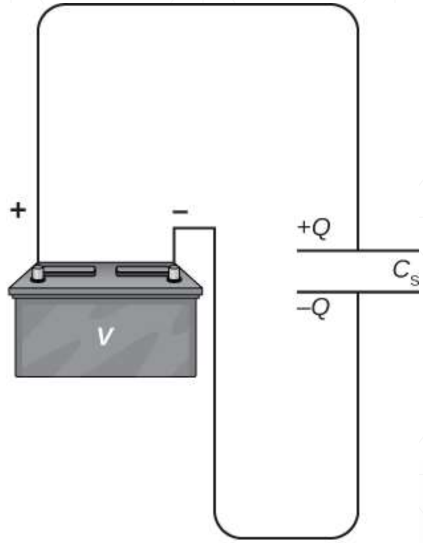
W przypadku (b) gdy kondensator nie jest podłączony do baterii ładunek zgromadzony na okładkach pozostaje stały, a maleje różnica potencjałów na okładkach. Energia pola elektrostatycznego zmaleje ε_r razy, gdyż $E_p = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_r C_0} = \frac{1}{\varepsilon_r} E_{p0}$ układ wykonuje pracę kosztem energii pola, którego natężenie również maleje ε_r razy.

W obu przypadkach dielektryk jest wciągany do kondensatora.

Łączenie kondensatorów

Kondensatory połączone szeregowo: $U_1 = \frac{Q}{C_1}; \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}; \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}$

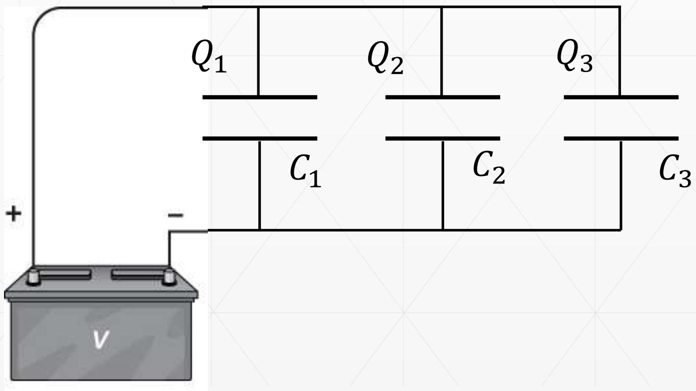




$$U_s = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{1}{C_S} = \frac{U_s}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Kondensatory połączone równolegle: $Q_1 = C_1 U; \quad Q_2 = C_2 U; \quad Q_3 = C_3 U;$



$$Q_R = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$C_R = \frac{Q_R}{U} = C_1 + C_2 + C_3;$$

W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.1, openstax, Polska, 2018

Dielektryki - WNIOSKI

- W obszarze wypełnionym całkowicie materiałem dielektrycznym o względnej przenikalności elektrycznej ε_r wszystkie równania elektrostatyki, zawierające przenikalność elektryczna w próżni ε_0 należy zmodyfikować, zastępując ε_0 przez $\varepsilon_0\varepsilon_r$
- Np. prawo Coulomba

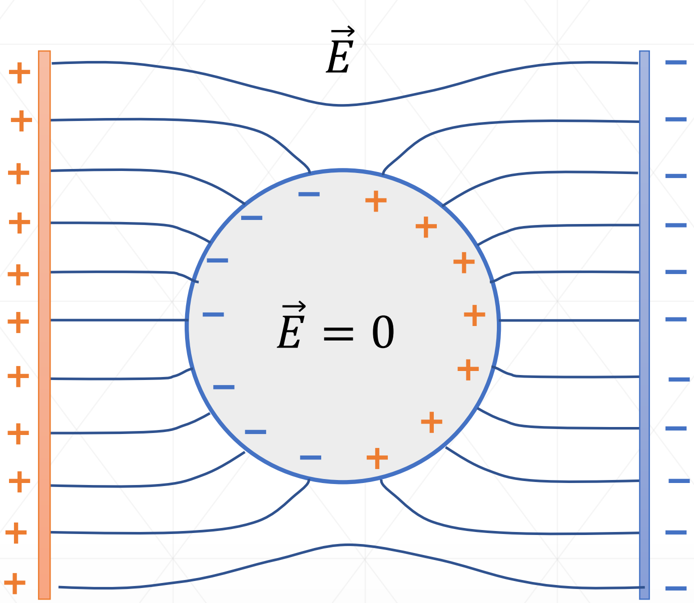
$$F = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

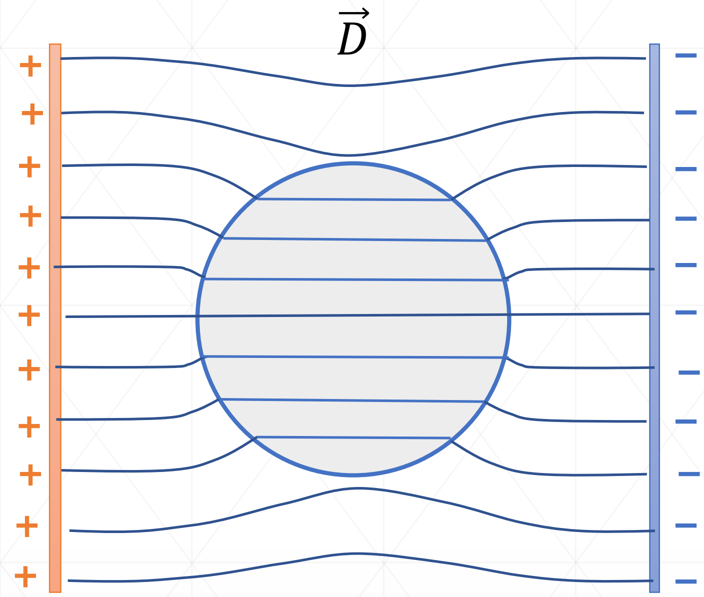
- Wyrażenia na natężenie pola elektrostatycznego od ładunku punktowego lub naładowanej powierzchni otoczonych dielektrykiem

$$E = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{Q}{r^2} \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o\varepsilon_r}$$

Równania te pokazują, że dla ustalonego rozkładu ładunków wpływ dielektryka polega na osłabieniu natężenia pola elektrycznego w stosunku do sytuacji bez dielektryka.

Metal i dielektryk w polu elektrycznym





W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.1, openstax, Polska, 2018

Nienaładowany przewodnik w zewnętrznym polu elektrycznym. Swobodne elektrony rozkładają się na jego powierzchni tak, że $\boldsymbol{E} = 0$ wewnątrz przewodnika i wypadkowe pole na powierzchni jest prostopadłe do niej

Kula z dielektryka w zewnętrznym polu elektrycznym. Widać zachowanie ciągłości linii indukcji ***D*** i zmianę gęstości ich rozmieszczenia.

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_o \varepsilon_r \boldsymbol{E}$$