



Dodaj stopkę

# 9. Termodynamika - I

---

## 9.1. Podstawy termodynamiki:

- gaz doskonały a gaz rzeczywisty,
- parametry termodynamiczne,
- zasady termodynamiki,
- kinetyczna teoria gazów,
- przemiany gazu doskonałego,
- ciepło właściwe,
- statystyczny opis układu,
- gaz elektronów swobodnych.



# Gaz doskonały a gaz rzeczywisty

## Pojęcie gazu doskonałego:

- gaz składa się z cząsteczek, które możemy traktować jako punkty materialne o tej samej masie;
- cząsteczki poruszają się chaotycznie i podlegają zasadom dynamiki Newtona;
- całkowita liczba cząstek jest bardzo duża;
- objętość cząstek gazu jest dużo mniejsza od objętości naczynia;
- poza momentem zderzenia cząstki nie oddziałują ze sobą żadnymi siłami;
- zderzenia są sprężyste, a czas ich trwania krótki.

## Pojęcie podstawowe:

**Masa atomowa (cząsteczkowa)** - stosunek masy atomu danego pierwiastka chemicznego (cząsteczki związku chemicznego) do masy  $1/12$  atomu węgla  $^{12}\text{C}$

**Mol** - ilość danej substancji, która zawiera liczbę atomów (cząsteczek) równą liczbie atomów w 12 gramach (0,012 kg) węgla  $^{12}\text{C}$

**Liczba Avogadro** - liczba atomów bądź cząsteczek w jednym molu substancji.

Określona doświadczalnie liczba ta wynosi:  $N_A = 6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

**Warunki normalne** – ciśnienie: 101 325 Pa i temperatura: 273,15 K

**Prawo Avogadro** - w warunkach jednakowego ciśnienia i temperatury jednakowe objętości różnych gazów zawierają jednakową liczbę cząsteczek.

**W warunkach normalnych objętość jednego mola gazu wynosi: 22,414 dm<sup>3</sup>**

# Termodynamiczny opis układu

- obiekty traktujemy makroskopowo nie wnikając w naturę cząstek z których się składa;
  - gaz doskonały: cząsteczki gazu traktujemy jako punkty materialne i zakładamy, że zderzenia z innymi cząstkami i ściankami naczynia są sprężyste;
  - podstawowe makroskopowe parametry stanu układu to: ciśnienie  $p$ , objętość  $V$  i temperatura  $T$ ;
  - każda zmiana w układzie termodynamicznym (choćby jednego parametru) nazywa się **procesem termodynamicznym**;
  - **I zasada termodynamiki:**  
zmiana energii wewnętrznej układu równa jest sumie ilości ciepła i pracy wymienionej przez układ z otoczeniem;
  - **II zasada termodynamiki:**  
w procesach odwracalnych zachodzących w układzie **entropia**\* pozostaje stała, a w nieodwracalnych wzrasta.
- \* **Entropia** - termodynamiczna funkcja stanu - określająca przebieg procesów spontanicznych w odosobnionym układzie termodynamicznym.

$$dS = \frac{1}{T} dQ - \text{wyrażenie Pfaffa,}$$

gdzie  $T$  – temperatura bezwzględna;  $dQ$  ilość ciepła dostarczona do układu.

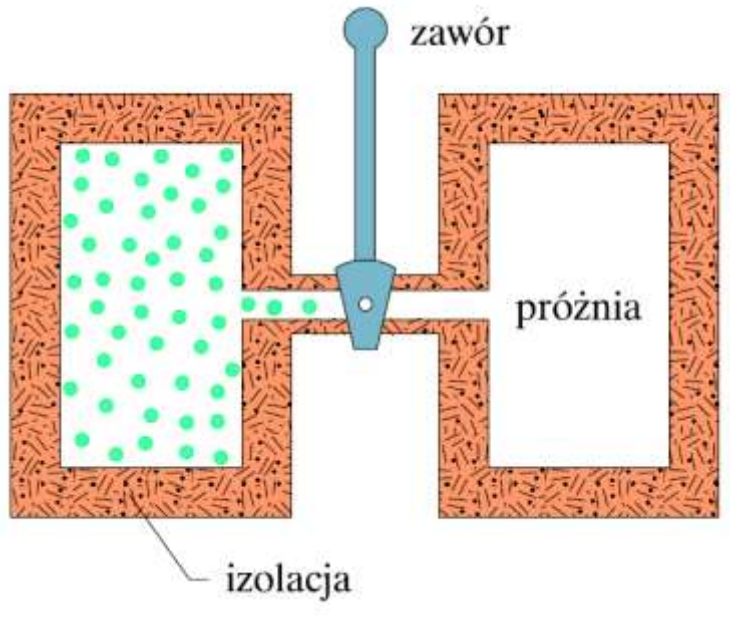
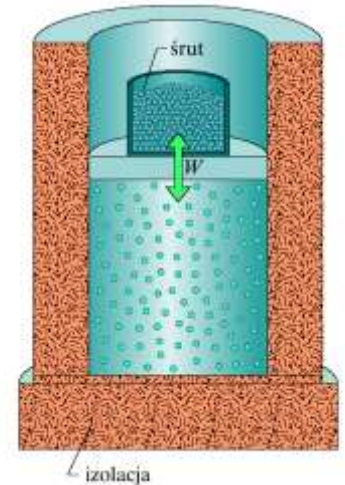
# Pierwsza zasada termodynamiki

Energia wewnętrzna układu  $U$  wzrasta, jeżeli układ pobiera energię w postaci ciepła  $Q$ , i maleje, kiedy wykonuje pracę  $W$

$$\Delta U = Q - W$$

dla nieznacznej przemiany

$$dU = dQ - dW$$



## Przemiana adiabatyczna

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -W$$

$W > 0$  – praca wykonana przez układ

$W < 0$  – praca wykonana nad układem

## Rozprężanie swobodne

$$Q = W = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

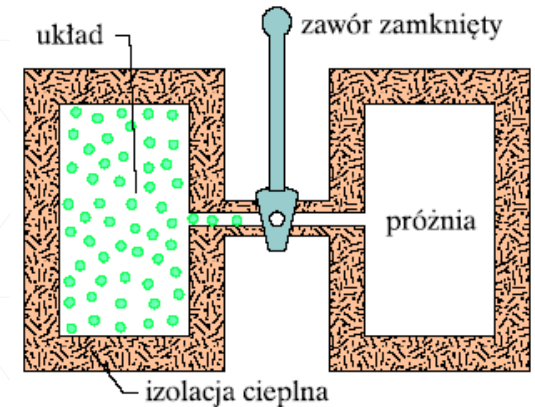
# Przemiany nieodwracalne

Przemiany **jednokierunkowe** w układzie zamkniętym nazywamy **nieodwracalnymi**

O kierunku procesów nieodwracalnych decyduje zmiana entropii  $\Delta S$  układu (parametru stanu takiego jak  $T, p, V$ )

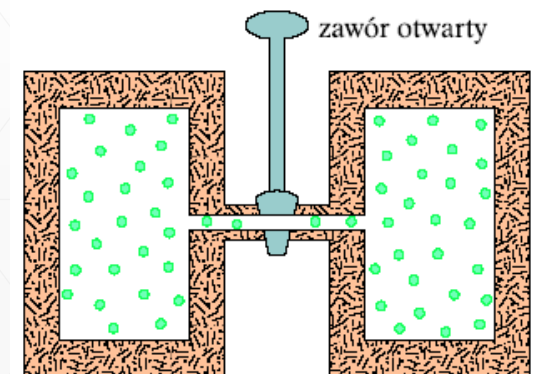
$$\Delta S = S_k - S_p = \int_p^k \frac{dQ}{T} \quad dS = \frac{dQ}{T}$$

nie ma zasady zachowania entropii, w przemianach **nieodwracalnych** entropia układu zamkniętego zawsze **rośnie**



a) stan początkowy P

przemiana nieodwracalna



b) stan końcowy K

# Przemiana odwracalna

Przy **odwracalnym** izotermicznym rozprężaniu gazu doskonałego zmiana entropii zależy od całkowitego ciepła dostarczonego ze zbiornika do gazu

$$\Delta S = S_k - S_p = \frac{1}{T} \int_p^k dQ = \frac{Q}{T}$$

$Q > 0$  – przy rozprężaniu entropia gazu rośnie

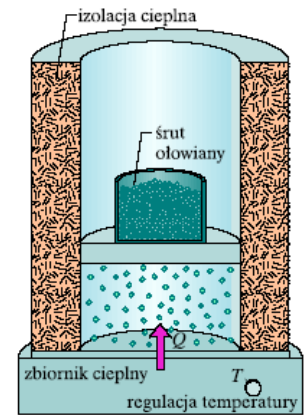
$$\Delta S_{\text{gaz}} > 0$$

przy sprężaniu  $Q < 0$  (gaz oddaje ciepło) – entropia gazu maleje lecz entropia zbiornika rośnie

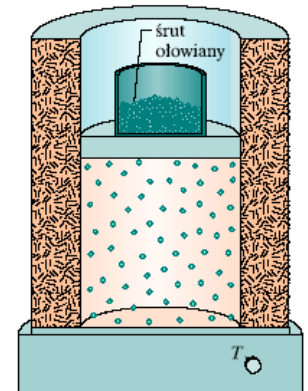
$$\Delta S_{\text{gaz}} = - \frac{|Q|}{T} \quad \Delta S_{\text{zbiornik}} = + \frac{|Q|}{T}$$

zmiana entropii układu zamkniętego (gaz + zbiornik) jest sumą obydwu wartości i jest równa zero

$$\Delta S = 0$$



a) stan początkowy P



b) stan końcowy K

# Druga zasada termodynamiki

Entropia układu zamkniętego wzrasta w przemianach nieodwracalnych i nie zmienia się w przemianach odwracalnych (entropia nigdy nie maleje)

$$\Delta S \geq 0 \text{ ale } dS = dQ/T \rightarrow dQ \leq TdS$$

- proces nieodwracalny przebiega w kierunku wzrostu entropii
- wzrost entropii – przejście układu do stanu mniejszego uporządkowania cząsteczek (stanu większego chaosu)
- z I i II zasady termodynamiki wynika:

$$dW = p dV$$

$$dU = dQ - dW \leq T dS - dW$$

$$dU = T dS - p dV + \mu dN$$

zmiany liczby cząstek  $N$  w układzie

potencjał chemiczny



# Warunki równowagi termodynamicznej

- warunkiem równowagi jest maksimum entropii  $S = S_{max}$
- lub minimum energii wewnętrznej układu

$$\mu = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S,V}$$

Potencjał chemiczny wyraża zmianę energii wewnętrznej układu przy zmianie liczby jego cząstek  $N$  o jednostkę w warunkach stałej entropii  $S$  i stałej objętości układu  $V$

Rozpatrzmy układ dwóch gazów o potencjałach chemicznych  $\mu_1$  i  $\mu_2$  w których następuje wymiana  $dN$  cząstek

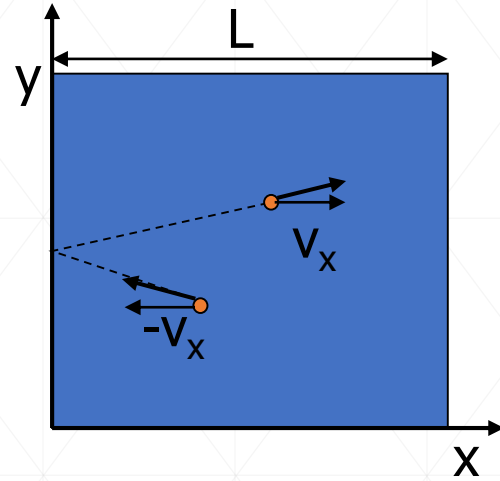
$$\mu_1 dN = \mu_2 dN$$

Warunkiem równowagi takiego układu jest równość potencjałów chemicznych obu układów gazów

# Kinetyczna teoria gazów

Rozpatrzmy  $N$  cząstek gazu w pudełku o objętości  $V$ . Jedna cząstka odbijająca się sprężysto od lewej ścianki naczynia wywiera siłę:

$$F_1 = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \quad \Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$



Ponieważ czas pomiędzy kolejnymi zderzeniami z tą samą ścianką wynosi:

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x} \quad \rightarrow \quad F_1 = \frac{mv_x^2}{L}$$

Dla  $N$  cząstek całkowita średnia siła wynosi:

$$F = N \frac{mv_x^2}{L} \rightarrow p = \frac{F}{S} = N \frac{mv_x^2}{V} \rightarrow pV = Nm \overline{v_x^2}$$

iloczyn  $pV$  jest stały jak długo stała jest  $E_K$  cząsteczek

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3\overline{v_x^2}$$

bo cząsteczki zderzają się jednakowo ze wszystkimi ściankami

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \rightarrow \overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3} \quad pV = Nm \frac{\overline{v^2}}{3} = \frac{2}{3} N \overline{E_k}$$

trzy stopnie swobody – trzy współrzędne  $x, y, z$

$$pV = Nm \frac{\overline{v^2}}{3} = \frac{2}{3} N \overline{E_k}$$

**Zasada ekwipartycji energii** – równomierny podział energii na wszystkie stopnie swobody cząsteczek ( $\frac{1}{2}kT$  na cząsteczkę).

Mierząc temperaturę gazu wyznaczmy jednocześnie średnią energię kinetyczną ruchu postępowego jego cząsteczek

$$\overline{E_k} = \frac{2}{3} kT \rightarrow pV = NkT$$

$$Nk = nR \rightarrow pV = nRT$$



równanie stanu  
gazu doskonałego

$k$  – stała Boltzmana,  $n$  – liczba moli,  $N$  – liczba cząsteczek,  $R$  – stała gazowa

Kinetyczna teoria gazów wiąże właściwości makroskopowe gazu (np. ciśnienie i temp.) z właściwościami mikroskopowymi cząsteczek gazu (np. ich prędkością)

przemiany:

izotermiczna, izochoryczna, izobaryczna, adiabatyczna

$$T = \text{const.}$$

$$V = \text{const.}$$

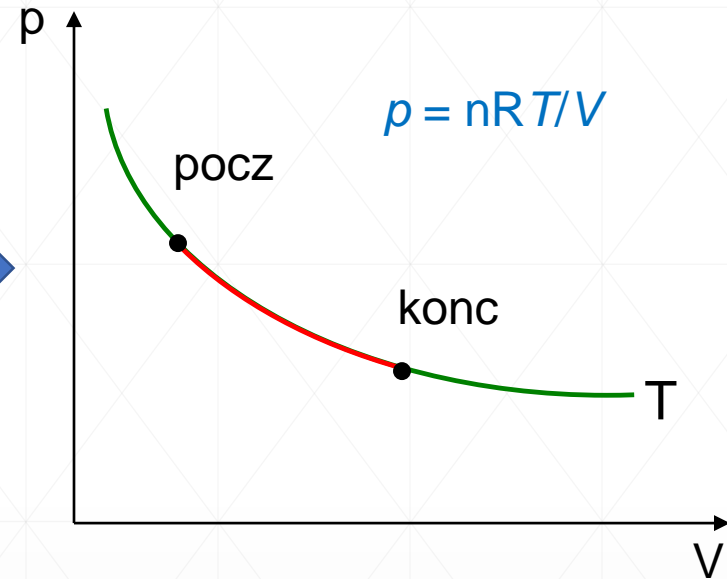
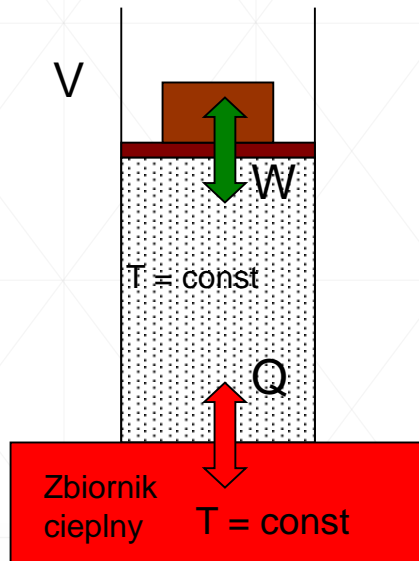
$$p = \text{const.}$$

$$Q = 0$$



# Przemiana izotermiczna

Warunek - stała temperatura  $T_{\text{konc}} = T_{\text{pocz}}$



$$dW = Fds = p(Sds) = pdV$$

$$W = \int dW = \int_{V_{\text{pocz}}}^{V_{\text{końc}}} pdV$$

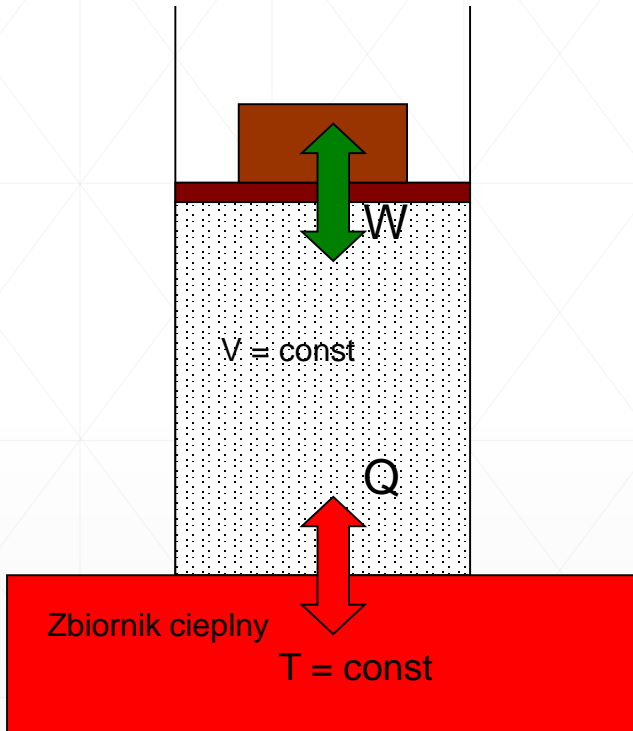
$$p = nRT/V$$

$$W = \int_{V_{\text{pocz}}}^{V_{\text{konc}}} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_{\text{pocz}}}^{V_{\text{konc}}} \frac{dV}{V}$$

$$W = nRT \ln \frac{V_{\text{konc}}}{V_{\text{pocz}}}$$

# Przemiana izohoryczna

Warunek - stała objętość  $V_{\text{konc}} = V_{\text{pocz}}$



$$W = \int dW = \int_{V_{\text{pocz}}}^{V_{\text{końc}}} p dV$$

$$W = 0$$

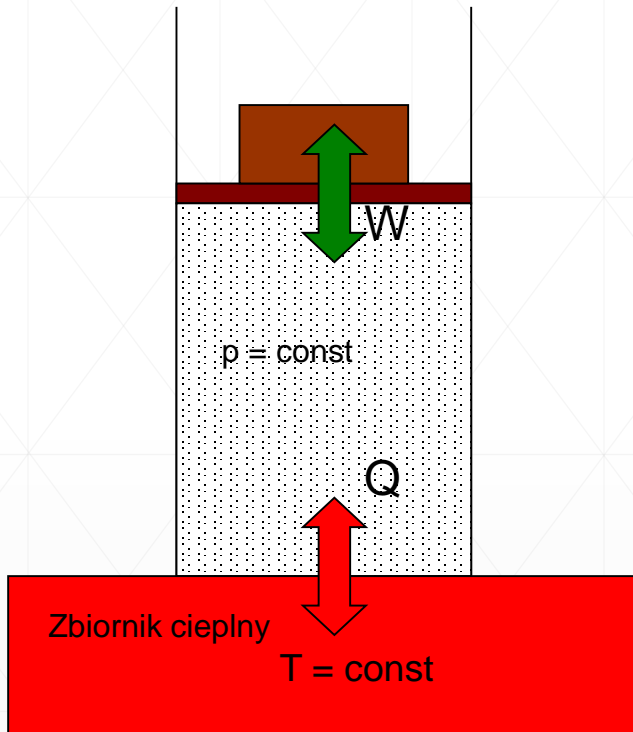
dostarczone ciepło = zmiana energii wewnętrznej

$$dU = \delta Q$$

$$dU = mc_v dT$$

# Przemiana izobaryczna

Warunek – stałe ciśnienie  $p_{konc} = p_{pocz}$



$$W = \int dW = \int_{V_{pocz}}^{V_{konc}} p dV$$

$$W = p \int_{V_{pocz}}^{V_{konc}} dV = p(V_{konc} - V_{pocz})$$

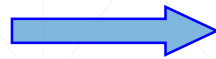
# Ciepło właściwe

I zasada termodynamiki dla przemiany izobarycznej:

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Jeśli gaz wykonuje pracę, to jest ona ujemna:

$$dU = \delta Q - \delta W$$

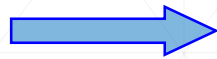


$$dU + \delta W = \delta Q$$

$$mc_V dT + pdV = mc_p dT$$

n moli

$$pV = \left(\frac{m}{M}\right) RT$$



$$pdV = \frac{m}{M} R dT$$

$$mc_V dT + \frac{m}{M} R dT = mc_p dT$$

$$M c_p - M c_V = R$$

$$c_p - c_V = \frac{R}{M} \quad \text{różnica ciepł właściwych}$$

$$C_p - C_V = R \quad \text{różnica ciepł molowych}$$

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \kappa$$

wykładnik adiabaty

Energia wewnętrzna 1 mola gazu doskonałego:

$$U = \frac{i}{2}RT$$

Dla ogrzewania przy  $V = \text{const.}$

$$dU = \delta Q = Mc_V dT = C_V dT \quad U = C_V T$$

Ciepło molowe przy stałej objętości:

$$C_V = \left( \frac{dU}{dT} \right)_V$$

$$\frac{i}{2}RT = C_V T \quad C_V = \frac{i}{2}R$$

$$C_p = C_V + R = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R$$

Wykładnik adiabaty:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{2} > 1$$

cząsteczka	i	$C_V$	$C_p$	$\kappa$
1-atomowa	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	1.67
2-atomowa – sztywne wiązanie (3 translacyjne + 2 rotacyjne)	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	1.40
2-atomowa – sprężyste wiązanie (3 translacyjne + 2 rotacyjne + 1 oscylacyjny)	7	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$	1.29



# Przemiana adiabatyczna

Brak wymiany ciepła:  $\delta Q = 0$

Z I zasady termodynamiki wynika, że:

$$\delta W = dU$$

Dla 1 mola gazu doskonałego:

$$dU = C_V dT$$

Zmiana energii wewnętrznej = wykonanej pracy

$$C_V dT = -pdV$$

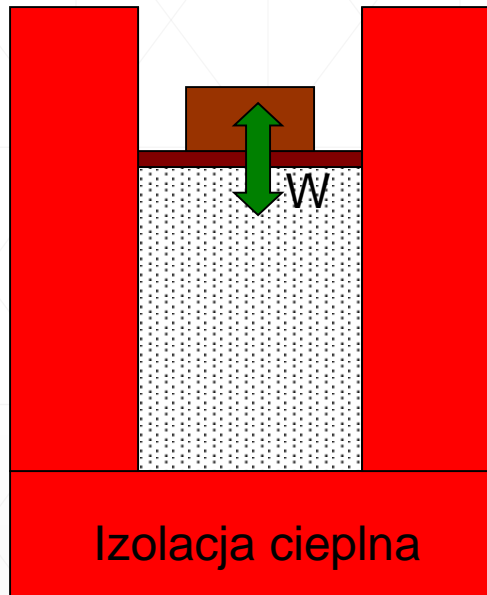
$$pV = RT$$

$$C_V dT = -RT \frac{dV}{V}$$

$$C_V \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} C_V \frac{dT}{T} = - \int_{V_1}^{V_2} R \frac{dV}{V}$$

$$C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = R \ln \frac{V_1}{V_2}$$

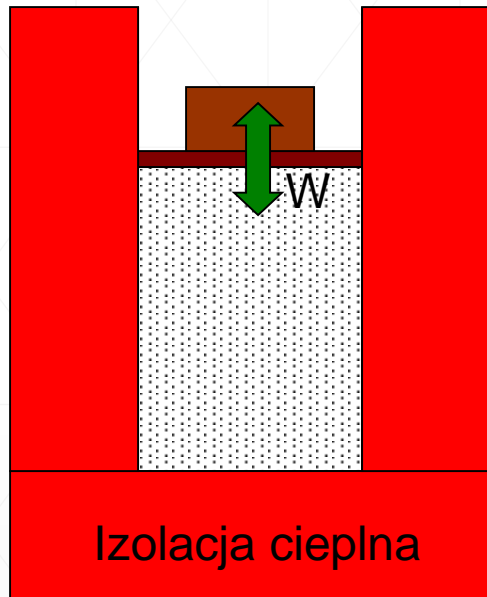


$$C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = R \ln \frac{V_1}{V_2} \quad \longrightarrow \quad C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = (C_p - C_V) \ln \frac{V_1}{V_2} \quad \longrightarrow \quad \ln \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{C_p}{C_V} - 1 \right) \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$\longrightarrow \quad \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \quad \longrightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1}$$

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1} \quad TV^{\kappa-1} = \text{const}$$

Prawo Poissona dla przemiany adiabatycznej łączące temperaturę gazu i objętość

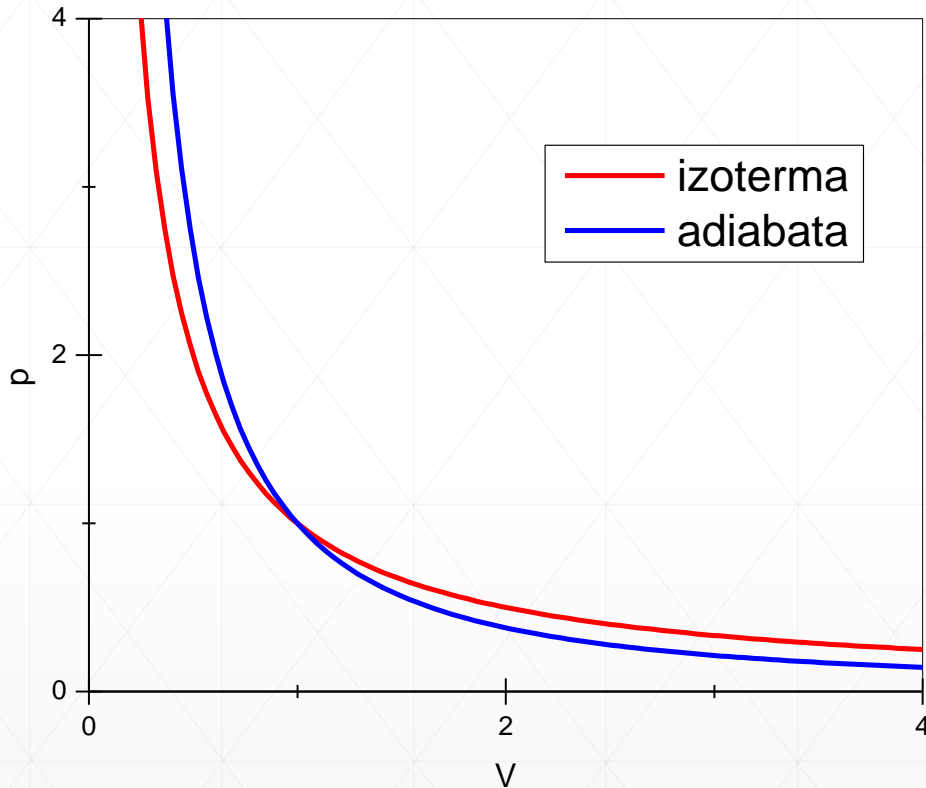


$$V = \frac{RT}{p} \quad \longrightarrow \quad T_1 \left( \frac{RT_1}{p_1} \right)^{\kappa-1} = T_2 \left( \frac{RT_2}{p_2} \right)^{\kappa-1}$$

$$T_1^\kappa p_1^{1-\kappa} = T_2^\kappa p_2^{1-\kappa} \quad T^\kappa p^{1-\kappa} = \text{const}$$

Prawo Poissona dla przemiany adiabatycznej łączące temperaturę gazu i ciśnienie

# Przemiana adiabatyczna



## Izoterma

$$pV = \text{const}$$

$$dpV + pdV = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V}$$

## Adiabata

$$pV^\kappa = \text{const}$$

$$dpV^\kappa + p\kappa V^{\kappa-1}dV = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{\kappa pV^{\kappa-1}}{V^\kappa} = -\kappa \frac{p}{V}$$

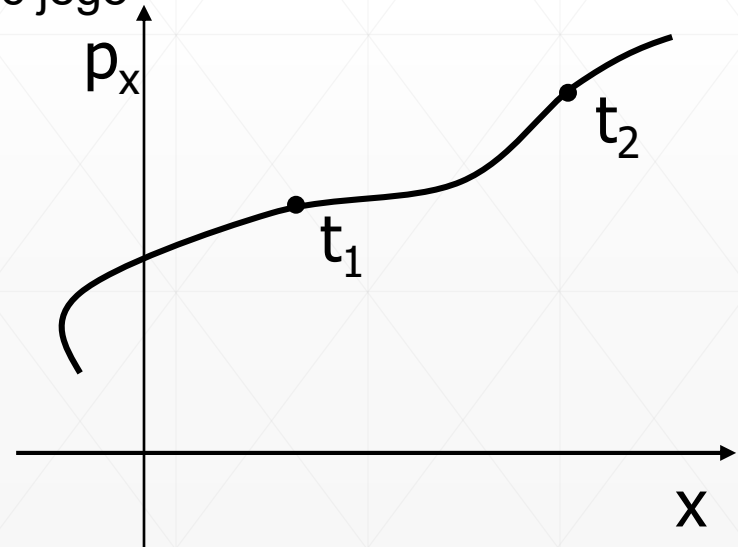
Współczynniki kierunkowy adiabaty jest  $\kappa$  razy większy od współczynnika kierunkowego izotermy

# Układy zwyrodniałe i niezwyrodniałe

- Na  $N$  jednakowych cząstek przypada  $G$  różnych stanów;
- $N/G \ll 1$ , to cząstki spotykają się rzadko, właściwości kwantowe nie ujawniają się - układ jest **niezwyrodniały**;
- gdy liczba stanów jest tego samego rzędu co cząstek  $N/G > 1$ , to układ nazywamy **zwyrodniałym**;
- obiekty klasyczne tworzą tylko układy niezwyrodniałe;
- obiekty kwantowe zazwyczaj tworzą układy zwyrodniałe, choć w pewnych warunkach mogą być niezwyrodniałe np. półprzewodniki
- rozróżniamy dwa rodzaje cząstek kwantowych:
  - **fermiony** - o spinie połówkowym podlegają zakazowi Pauliego, dążą do „samotności”;
  - **bozony** - o spinie całkowitym dążą do „łączenia się”, nieograniczenie mogą zapełniać ten sam stan.

# Przestrzeń fazowa

- przestrzeń fazowa jest to  $6N$  wymiarowa przestrzeń o osiach współrzędnych  $x, y, z, p_x, p_y, p_z$ ;
- każdy punkt przestrzeni fazowej jednoznacznie określa mikrostan cząstki, tzn. podaje jej położenie i pęd;
- sekwencja mikrostanów, które przyjmował układ w czasie tworzy pewną krzywą zwaną trajekcją fazową;
- dla ruchu jednowymiarowego stan cząstki określa  $x, p_x$ ;
- badania trajektorii fazowej pozwalają znaleźć jego podstawowe własności dynamiczne.



# Statystyczny opis układu

- makroskopowe właściwości gazów można opisać odwołując się do zjawisk mikroskopowych;
- stan każdej cząstki opisujemy przez  $(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$ ;
- szukamy prawdopodobieństwa zajścia danego zdarzenia;
- osobliwością statystycznych prawidłości jest ich probabilistyczny charakter;
- rozkład cząstek w zależności od ich energii opisuje statystyczna funkcja rozkładu;
- ze znajomości funkcji rozkładu wyznaczmy wartości średnie energii, pędu, prędkości cząstek;
- statystyczna funkcja rozkładu dla cząstek o temperaturze  $T$  i potencjale chemicznym  $\mu$  określa średnią ilość cząstek przypadającą na jeden stan układu o energii  $E$ ;
- dla gazu **niezwyrodniałego** stosuje się **statystyką klasyczną** (rozkład Maxwella-Boltzmannna):

$$f(E)_{MB} = \exp\left[\frac{-(E - \mu)}{kT}\right] = N e^{-\frac{E}{kT}}$$

- fizyka statystyczna, która bada właściwości układów **zwyrodniałych**, nazywa się **statystyką kwantową**;

- statystyka Bosego-Einsteina  $f(E)_{BE} = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E-\mu)}{kT}\right] - 1}$

- statystyka Fermiego-Diraca  $f(E)_{FD} = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E-\mu)}{kT}\right] + 1}$

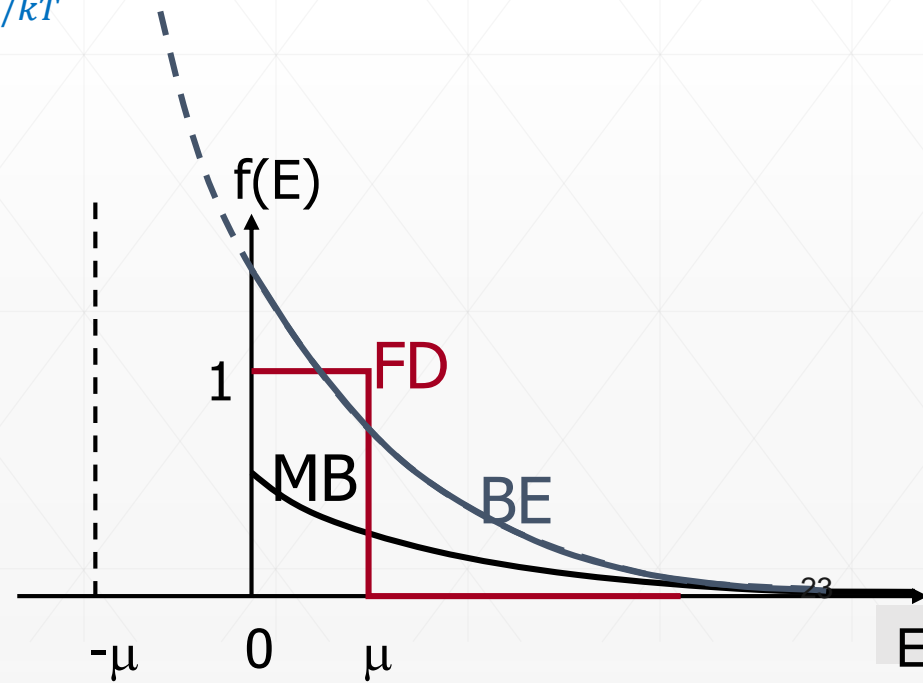
W dostatecznie wysokich temperaturach funkcje rozkładu F-D i B-E przechodzą w klasyczną funkcję M-B, układy zwyrodniałe przechodzą w niezwyrodniałe

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E-\mu)}{kT}\right] \pm 1} \cong \exp\left[\frac{-(E-\mu)}{kT}\right] = Ne^{-E/kT}$$

$$\cong \text{dla } \exp\left[\frac{(E-\mu)}{kT}\right] \gg 1$$

Im większa energia tym mniejsze pdp. obsadzenia danego stanu

Dla rozkładu Bosego-Einsteina potencjał chemiczny jest zawsze ujemny



# Gaz elektronów swobodnych

- elektrony swobodne w metalu spełniają warunki gazu doskonałego
- elektrony są **fermionami** ( $s=1/2$ ) więc stosujemy **statystykę Fermiego-Diraca**
- przestrzeń fazowa obiektów kwantowo-mechanicznych jest skwantowana, zaś elementarna komórka fazowa zgodnie z zasada nieoznaczoności Heisenberga ma objętość

$$d\Gamma = dx dy dz dp_x dp_y dp_z = d\Gamma_V d\Gamma_p = h^3$$

przestrzeń koordynacyjna i pędu

$$d\Gamma_V = V$$

w komórce tej mogą znajdować się dwa elektrony o różnych spinach

Jeśli elektron porusza się swobodnie w objętości  $V$  to jego pęd jest określony z dokładnością do

$$d\Gamma_p = \frac{d\Gamma}{d\Gamma_V} = \frac{h^3/2}{V}$$

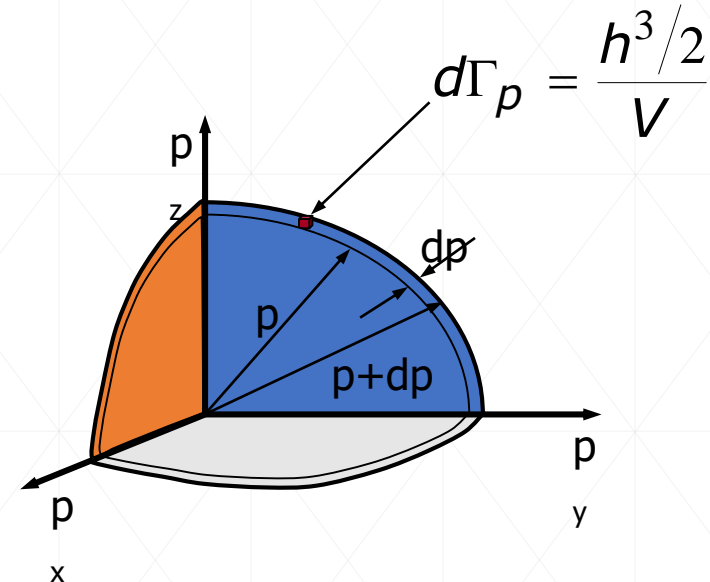


# Funkcja gęstości stanów

Obliczmy liczbę elementarnych komórek fazowych o pędach z przedziału  $p, p + dp$

$$\frac{\text{objętość sfery}}{\text{objętość stanu}} = \frac{4\pi p^2 dp}{d\Gamma_p} = \frac{8\pi p^2 dp}{h^3} V$$

$$g(p)dp = \frac{8\pi p^2 V}{h^3} dp$$



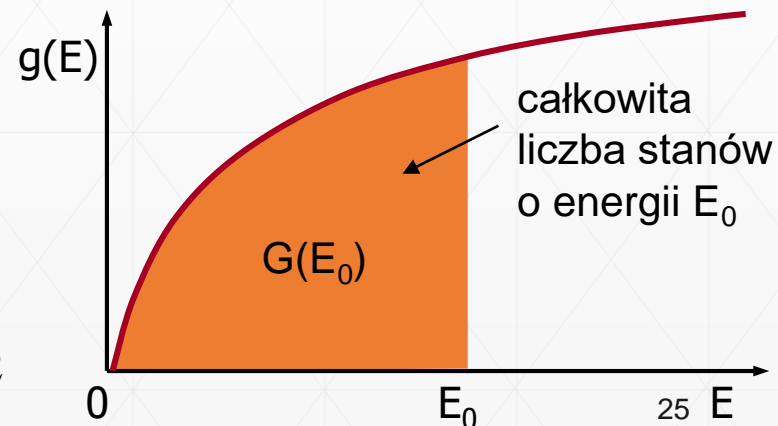
Funkcję  $g(p)$  nazywamy **funkcją gęstości stanów w przestrzeni pędów** – liczba komórek elementarnych (liczba stanów) w objętości  $V$  w jednostkowym przedziale pędów

Przechodząc do przestrzeni energii:  $E = p^2/2m$

$$p^2 = 2mE \quad dp = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m}{E}} dE$$

$$g(E)dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2} dE$$

gęstość stanów w przestrzeni energii:  $g(E) = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$



# Kryterium zwyrodnienia

$$N/G \ll 1$$

Obliczmy liczbę stanów cząstek gazu doskonałego (elektronów) o energii  $E = (3/2)kT$ :

$$G(E) = \int_0^E g(E) dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \frac{2}{3} E^{3/2}$$

$$G(E) = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} (kT)^{3/2}$$

$$\frac{N}{G} = \frac{N h^3}{4\pi V(2m)^{3/2} \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} (kT)^{3/2}} = \frac{1}{2} \frac{N}{V} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T}\right)^{3/2} \ll 1$$

Azot w warunkach normalnych:  $n=10^{25} \text{ m}^{-3}$ ,  $m=10^{-26} \text{ kg}$ , to  $N/G=10^{-6} \ll 1$

Dla elektronów o koncentracji  $n=N/V=10^{28} \text{ m}^{-3}$  i  $m=10^{-30} \text{ kg}$  powyższy warunek jest spełniony dla temperatury przekraczającej  $10\,000^\circ\text{C}$

W takich temperaturach metale nie mogą istnieć w stanie stałym, więc gaz elektronowy w metalach jest zawsze zwyrodniały - opisywany jest statystyką Fermiego-Diraca

# Całkowita funkcja rozkładu

Całkowita funkcja rozkładu  $N_{\mu,T}(E)$  jest to funkcja określająca ilość cząstek obsadzających stany o energii  $E$  w całym układzie o temperaturze  $T$  i potencjale chemicznym  $\mu$ :

$$N_{\mu,T}(E) = g(E) \cdot f_{\mu,T}(E)$$

Całkowita ilość cząstek w całym układzie określa się wzorem:

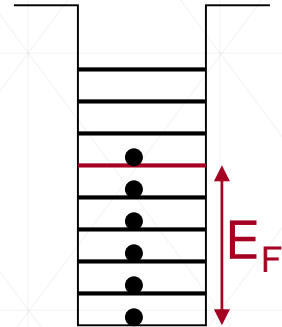
$$N_0 = \int_0^{\infty} N_{\mu,T}(E) dE = \int_0^{\infty} g(E) \cdot f_{\mu,T}(E) dE$$

Znajomość całkowitej funkcji rozkładu pozwala nam określić średnią wartość energii lub prędkości cząsteczek – uśrednianie statystyczne:

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E \cdot N(E) dE}{\int_0^{\infty} N(E) dE} = \frac{\text{suma energii}}{\text{sumę cząstek}} \quad \langle v \rangle = \frac{\int_0^{\infty} v \cdot N(v) dv}{N_0}$$

# Gaz elektronowy w $T = 0$ K

Dla elektronów swobodny metal jest swego rodzaju jamą potencjału. Zgodnie z zasadą Pauliego w temperaturze 0 K elektrony zajmują kolejno wszystkie stany od najniższego do ostatniego obsadzonego, który nazywamy poziomem Fermiego, a odpowiadającą mu energię – **energiją Fermiego** ( $E_F$ )



Analizując funkcję rozkładu Fermiego-Diraca w  $T = 0$  K otrzymujemy:

$$f(E)_{FD} = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E - \mu)}{k \cdot 0}\right] + 1} = \begin{cases} \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = 1 & \text{gdy } E < \mu \\ \frac{1}{e^{+\infty} + 1} = 0 & \text{gdy } E > \mu \end{cases}$$

ten sam rezultat przy założeniu  $\mu = E_F$  (obie wielkości są liczone względem dna jamy potencjału). Dla  $E = E_F$   $f(E_F) = 1/2$

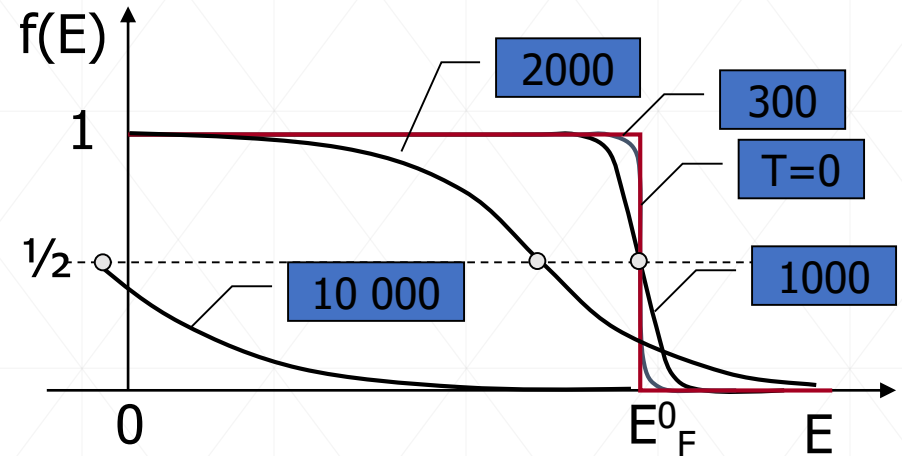
**Poziom Fermiego jest poziomem o prawdopodobieństwie obsadzenia = 1/2**

# Położenie $E_F$ w funkcji $T$

$$\frac{1}{2} < f(E) < 1 \quad \text{dla } E < E_F$$

$$f(E) = \frac{1}{2} \quad \text{dla } E = E_F$$

$$0 < f(E) < \frac{1}{2} \quad \text{dla } E > E_F$$



Ze wzrostem temperatury poziom Fermiego nieznacznie się obniża a funkcja rozkładu staje się coraz bardziej wygładzona, część elektronów przechodzi na wyższe poziomy energetyczne

Jak pamiętamy dla bardzo wysokich temperatur rozkład FD przechodzi w rozkład MB

