

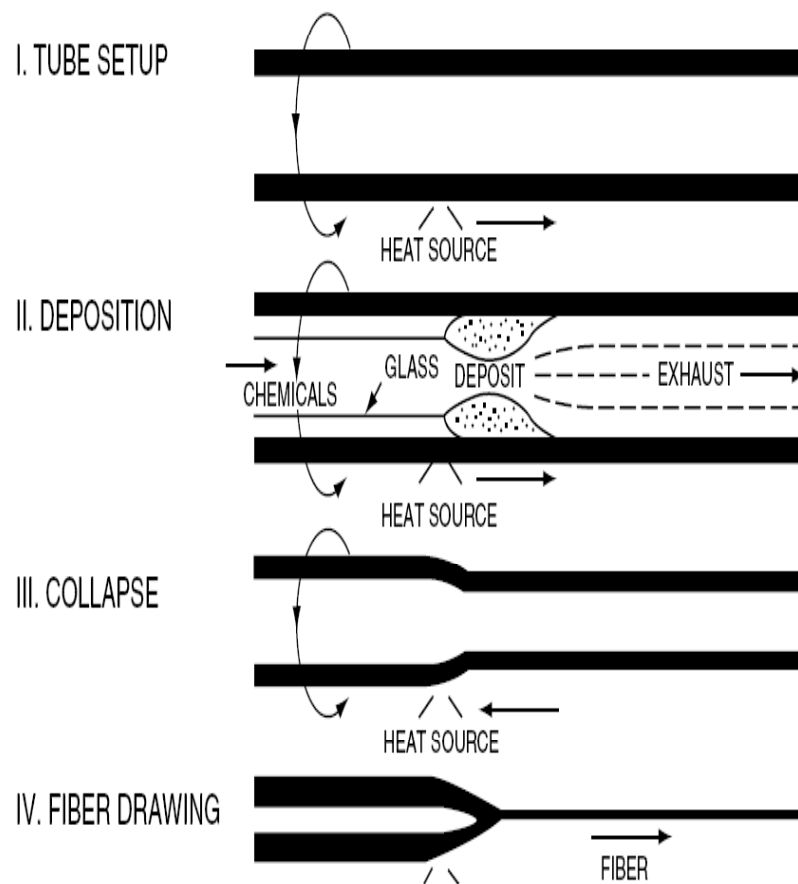
# Światłowody włókniste – podstawy fizyczne

- Fizyczna struktura włókna optycznego
- Propagacja światła liniowo spolaryzowanego

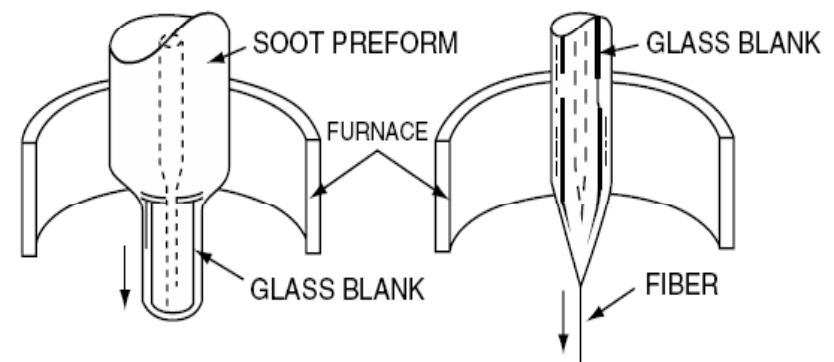
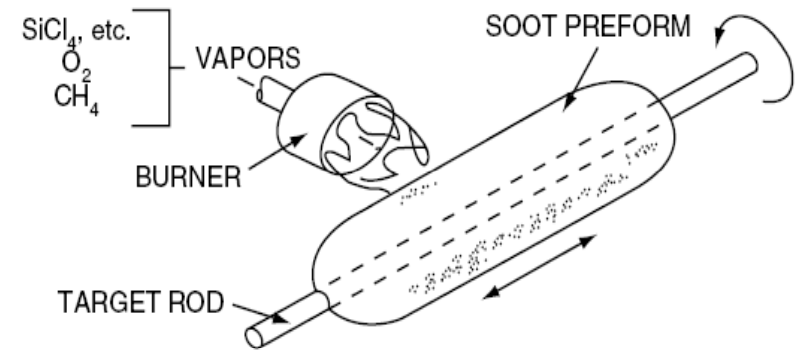
# Fizyczna struktura włókna optycznego

Światłowody włókniste są wytwarzane poprzez osadzenie czystego krzemu (domieszkowanego  $\text{GeO}_2$  dla zwiększenia lub F dla zmniejszenia współczynnika załamania) w formie pręta rdzeniowego o średnicy ok. 1 cm i długości 1 m.

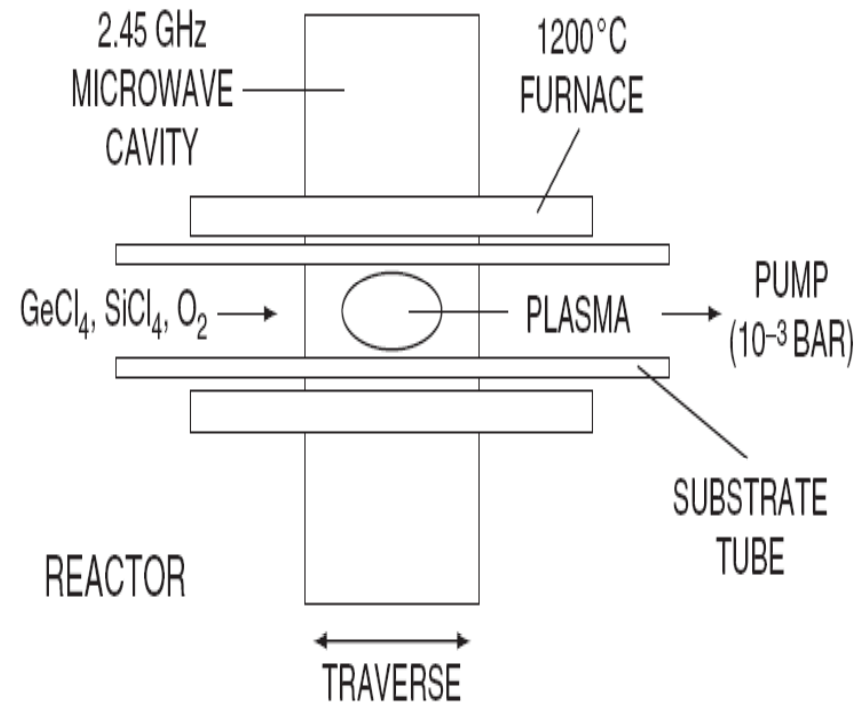
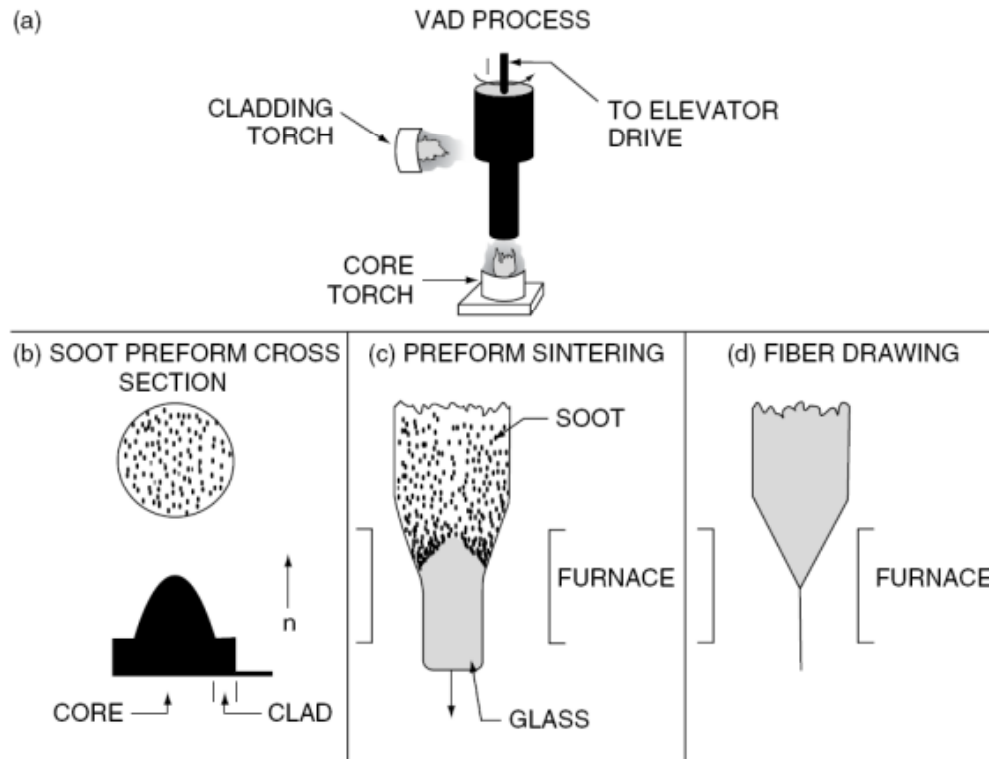
Obecne metody fabrykacji włączają procesy zwane:



MCVD – modified chemical vapor deposition



OVD – outside vapor deposition



### VAD – vertical axial deposition

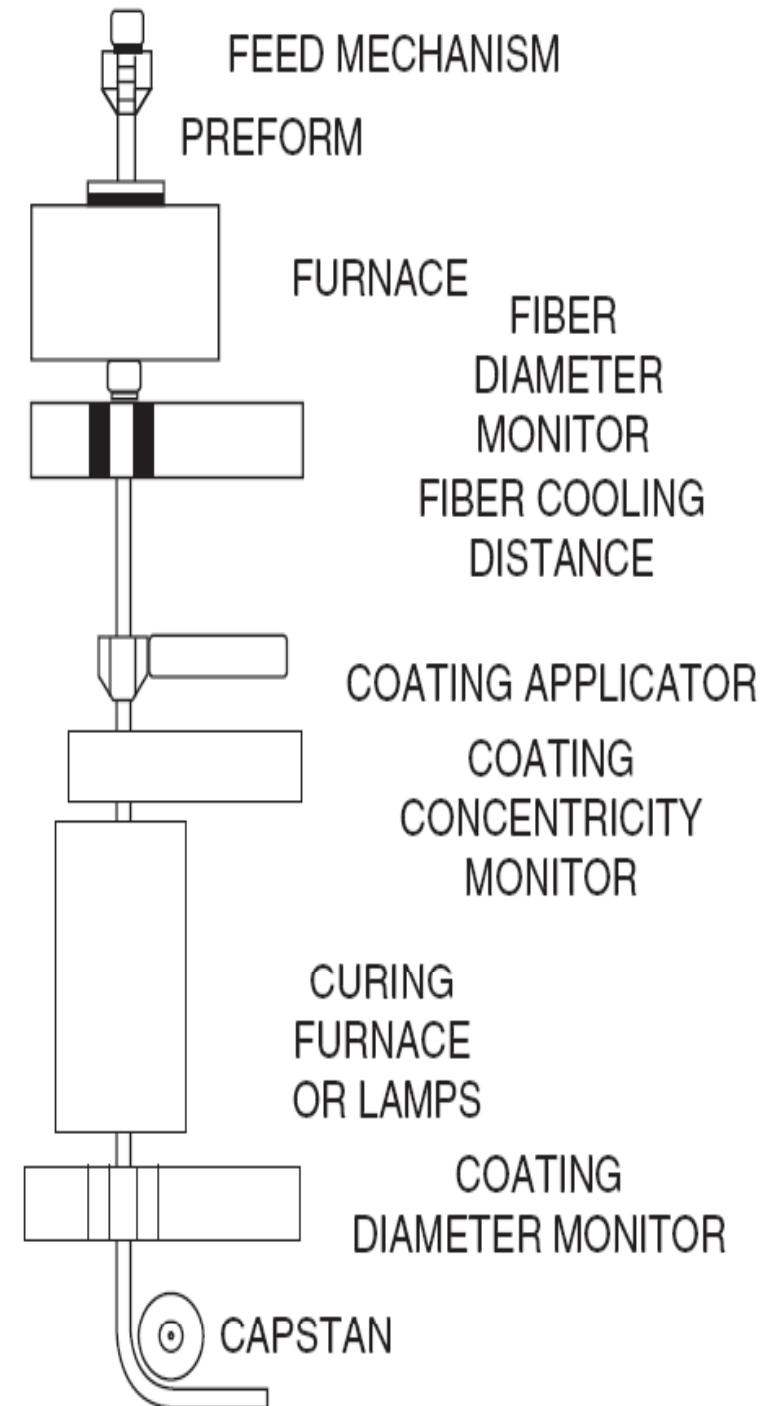
### PCVD – plasma chemical vapor deposition

Pierwsze trzy metody zawierają dwa kroki osadzania i sukcesywnego wygrzewania odpowiednich związków tlenkowych, natomiast ostatnia wytwarza warstwy tlenkowe w trakcie jednego procesu.

Wytworzony pręt zawiera zarówno przyszły rdzeń włókna prowadzący wiązkę światła jak i przyszłego płaszcz z czystego kwarcu, gdzie zachodzi propagacja wiązki – 10% całego przekroju.

Pręt rdzeniowy wraz z otaczającym go płaszczem tworzą *preformę*, przy czym na otaczający płaszcz stosuje się krzemionkę o niższej czystości uzyskaną na drodze OVD, osadzania plazmowego lub metody sol-żel. Materiał ten osadzany jest bezpośrednio na pręt rdzeniowy lub też wytwarzany oddzielnie w postaci tuby która zaciska się na pręcie rdzeniowym.

W końcowym procesie preforma jest przeciągana w pionowym stanowisku w temperaturze 2200 C w średnicę 125 um klasycznego włókna z szybkością powyżej 10 m/s z jednoczesnym nanoszeniem dwu warstw akrylowych utwardzanych UV. Pokrycie wprowadza odpowiednie zabezpieczenie włókna oraz nadaje mu odporność mechaniczną . Ostatecznie rdzeń prowadzący fale świetlną ma średnicę 8-10 um w 125 um szklanej strukturze.



# Propagacja światła liniowo spolaryzowanego

Równania Maxwella w układzie MKS:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{free} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

równania materiałowe  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  and  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ,

Dla ośrodka bezźródłowego zachodzi dodatkowo  $\mathbf{J} = 0$  and  $\rho_{free} = 0$ . Wykonując standardowe przekształcenia otrzymuje się równania falowe w postaci:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{and} \quad \nabla^2 \mathbf{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0.$$

Jest układ trzech równań falowych dla każdej ze składowych pola elektrycznego i magnetycznego. Zakładając następnie harmoniczną zależność tych pól od czasu można ogólnie dla fali propagującej się w kierunku osi  $z$  zapisać:

$$\mathbf{E} = E_0 \exp[j(\omega t \pm \beta z + \phi)],$$

gdzie  $\beta = \omega/\nu = \omega n/c$  jest *stałą propagacji* lub przesunięciem fazowym na jednostkę długości sinusoidalnej fali mierzona wzdłuż osi  $z$ , zaś  $\nu = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  jest prędkością fali

Wykorzystując powyższą zależność czasową otrzymamy równania Maxwella jako:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad \nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E} \quad \nabla \cdot \varepsilon\mathbf{E} = 0 \quad \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0.$$

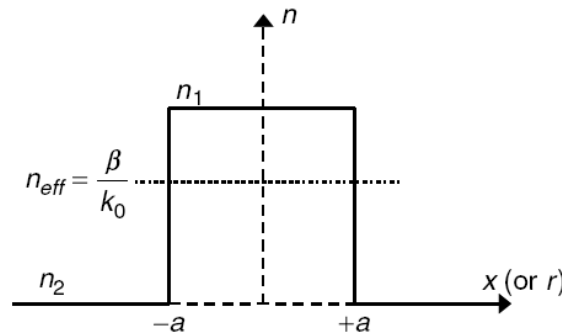
Definiując  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ , można zapisać równanie falowe w formie wektorowego równania Helmholtza:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad \text{and} \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0.$$

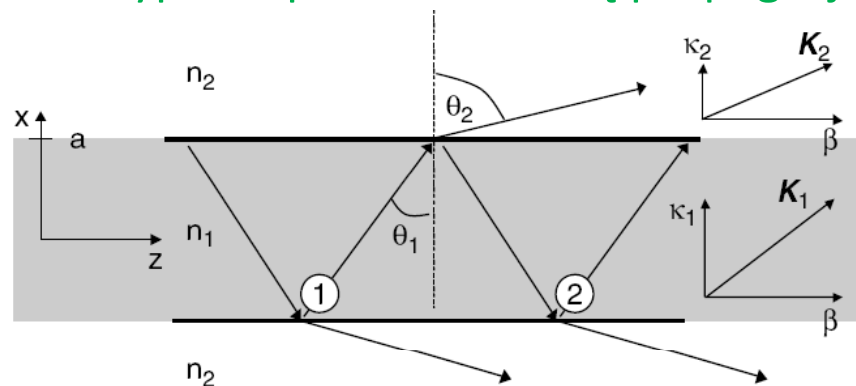
Liczba falowa  $k$  ma jednostkę 1/m i zawiera własności materiałowe. Wektor falowy  $\mathbf{K}$  skierowany jest w kierunku przepływu energii i ma wartość  $|\mathbf{K}|=k$ . Stała propagacji  $\beta$  jest używana celem wskazania szybkości akumulacji fazy w trakcie propagacji fali. W przypadku płaskiej fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w jednorodnym, liniowym i izotropowym ośrodku, stała propagacji wynosi:  $\beta = k = \omega n/c = nk_0$  gdzie  $k_0 = 2\pi/\lambda$ , zaś  $\lambda$  jest długością fali światła w próżni. W światłowodach, każdy jego  $i$ -ty obszar jest scharakteryzowany przez współczynnik załamania  $n_i$ , zatem amplituda wektora falowego w każdym obszarze będzie równa  $|\mathbf{K}_i| = n_i k_0$  - stąd równania Helmholtza wymagają rozwiązań dla każdego z obszaru oddzielnie z dopasowaniem warunków brzegowych na poszczególnych powierzchniach.

# Model słabej falowodowości –struktura planarna

Rozpatrujemy podejście optyki geometrycznej tzw. *slab waveguide*, prowadzącego mody w strukturze włókna skokowego scharakteryzowanego przez  $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$



**FIG. 1** Falowód słabo-prowadzący o grubości  $n_2 k_0 < \beta < n_1 k_0$ . omieniu rdzenia  $r=a$  typu step-index ze stałą propagacji modu  $\beta$ .



$$\mathbf{K}_i = \kappa_i \mathbf{e}_x + 0 \mathbf{e}_y + \beta \mathbf{e}_z$$

$$\kappa_i^2 + \beta^2 = n_i^2 k_0^2,$$

$$\kappa_i = n_i k_0 \cos \theta_i,$$

$$\beta = n_i k_0 \sin \theta_i.$$

**FIG. 2.** Geometria odbić i propagacji w strukturze włókna Odbicia na powierzchniach spełniają równania Fresnela dla amplitud i przesunięć fazowych pól  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$  z włączeniem prawa Snella. Stała propagacji  $\beta$  w kierunku osi  $z$  musi być jednakowa dla obszaru 1 i 2. Wektor falowy  $\mathbf{K}_1$  w rdzeniu jest większy niż  $\mathbf{K}_2$  bo  $n_1 > n_2$ .

Łatwo wykazać, że stała propagacji  $\beta$  musi być jednakowa w każdym obszarze falowodu (podłużne składowe pól muszą być ciągłe na powierzchni rozdziału), natomiast poprzeczna stała propagacji  $\kappa_1$  będzie różna oraz może być urojona.

Pole elektryczne w obszarze prowadzenia wiązki zakładane jest jako:

$$E_1 \sim \exp(\mp j\kappa_1 x) \exp(-j\beta z),$$

gdzie „-/+” odpowiednio dla propagacji w górę lub dół osi  $x$  z FIG.2. Zgodnie z prawem Snella całkowite wewnętrzne odbicie jest gdy  $\theta_1 > \theta_c = \sin^{-1}(n_2/n_1)$ .

Natomiast dla  $\theta_1 = \theta_c$ ,  $\theta_2 \rightarrow 90^\circ$ ,  $\kappa_2 = 0$ ,  $\kappa_2$  jest w kierunku osi  $z$  ze stałą propagacji  $\beta = n_2 k_0$ . Mody prowadzone występują dla  $\theta_1 > \theta_c$  wówczas  $\beta > n_2 k_0$ . W tym wypadku  $\kappa_2$  staje się urojone, zatem możemy zapisać  $\kappa_2 \rightarrow -j\gamma_2$ , gdzie stała zanikania jest liczbą rzeczywista taką, że  $\gamma_2 = j\kappa_2 = (\beta^2 - n_2^2 k_0^2)^{1/2}$ .

Dla pola elektrycznego w obszarze płaszcza (obszar 2) mamy:

$$E_2 \sim \exp(\mp \gamma_2 x) \exp(-j\beta z).$$

Mod prowadzony powstaje gdy następuje odtworzenie fali przy jej pełnym cyklicznym przejściu w strukturze, czyli przesunięcie fazy fali  $E_1$  pomiędzy położeniami (1) i (2) na FIG.2 Musi być wielokrotnością  $2\pi$ , włączając w to zmianę fazy przy odbiciu od powierzchni podziału (wyznaczaną z równań Fresnela dla TE – pole elektryczne w płaszczyźnie  $xy$ , lub TM – pole magnetyczne w płaszczyźnie  $xy$ ).

*Warunek rezonansu poprzecznego określa  $\beta$  i  $\gamma$  wyznaczając jeden lub więcej prowadzonych modów wzdłuż osi  $z$ , ze stojącą falą w kierunku osi  $x$  dla obszaru rdzenia i falą zanikającą w kierunku osi  $x$  dla obszaru płaszcza.*



# Światłowody włókniste

Dla cylindrycznych włókien zastosowanie metody geometrycznej jest skomplikowane ze względu na istnienie ich „helikalnej” drogi bez przechodzenia przez oś włókna. Dlatego lepiej jest pokazać rozwiązanie równań polowych dla modów prowadzonych w strukturze – dla włókna skokowego z FIG.1 zakładamy rozwiązania dla pól jako:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(r, \phi) \exp(-j\beta z) \quad \text{and} \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0(r, \phi) \exp(-j\beta z).$$

Każde z równań wektorowych Helmholtza zawiera trzy równania skalarne, jednakże można rozwiązać jedno z nich np. dla  $E_z$  a następnie poprzez równania Maxwella określić pozostałe składowe. W ten sposób, równanie Helmholtza dla pola elektrycznego wynoszą:

$$\nabla_t^2 E_{z1} + (n_1^2 k_0^2 - \beta^2) E_{z1} = 0 \text{ for } r \leq a \quad \nabla_t^2 E_{z2} + (n_2^2 k_0^2 - \beta^2) E_{z2} = 0 \text{ for } r \geq a,$$

gdzie poprzeczna część laplasjanu zawiera jedynie pochodne radialne i kątowe. Definiujemy poprzeczna stała propagacji (odpowiednik  $\kappa_i$ ) jako:

$$\beta_{t1}^2 = (n_1^2 k_0^2 - \beta^2) \text{ and } \beta_{t2}^2 = (n_2^2 k_0^2 - \beta^2),$$

podobnie do struktury „slab”  $\beta_{t2}$  jest urojona dla modu prowadzonego gdy  $\beta > n_2 k_0$ .

Zapisujemy rozwiązanie w postaci umożliwiającej separację zmiennych:

$$E_z = R(r)\Phi(\phi) \exp(-j\beta z), \text{ w\u00f3wczas } \Phi(\phi) = \sin(q\phi), \quad q - C \text{ (liczba azymutalna)}$$

Dla:  $\beta_{r1} - \text{Re}$  (obszar rdzenia  $r < a$ )  $R(r) = J_q(\beta_r r)$  - funkcja Bessla I-go rodzaju  
 $\beta_{r2} - \text{Im}$  (obszar płaszczka  $r > a$ )  $R(r) = K_q(|\beta_r| r)$  - zmodyfikowana funkcja Bessla

Znormalizowane stałe propagacji poprzecznej i zaniku wynoszą, odpowiednio:

$$u = \beta_{r1} a = a(n_1^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2} \text{ and } w = |\beta_{r2}| a = a(\beta^2 - n_2^2 k_0^2)^{1/2}.$$

Stąd pełne rozwiązanie ma postać:

$$E_z = A J_q(ur/a) \sin(q\phi) \exp(-j\beta z) \text{ for } r \leq a,$$

$$E_z = C K_q(wr/a) \sin(q\phi) \exp(-j\beta z) \text{ for } r \geq a.$$

Zauważmy, że rozwiązania dla obu obszarów różnią się jedynie dla zmiennej radialnej. Postać rozwiązań dla pozostałych 5-ciu składowych pola otrzymuje się z powyższej poprzez równania Maxwella. Wszystkie rozwiązania są scharakteryzowane poprzez rząd modu –  $q$ , (azymutalna liczba modowa) wynoszącą  $q=0,1,2,\dots$  *Wartościami własnymi* są określone zbiory liczb  $(u, w, \beta)$ , które zapewniają spełnienie warunków brzegowych (podtrzymania prowadzenia modu w strukturze) wymagających ciągłości podłużnych składowych pola dla  $r = a$ . Wartości te są numerowane jako  $m = 1, 2, 3, \dots$  - *radialna liczba modowa*.

Układ modów: poprzeczno-elektrycznych  $TE_{0m}$  ma składowe  $E_z=0$  oraz  $E_\phi, H_z, H_r \neq 0$ ,  
 poprzeczno-magnetycznych  $TM_{0m}$  ma składowe  $H_z=0$  oraz  $H_\phi, E_z, E_r \neq 0$ ,  
 mody z  $q \neq 0$  są określone jako  $EH_{qm}$  lub  $HE_{qm}$  i odpowiadają fizycznie promieniom helikalnym w ujęciu optyki geometrycznej.

# Układ liniowo spolaryzowanych modów $LP_{lm}$

Przyjęcie aproksymacji słabo-falowodowej ( $n_1 \approx n_2$ ) znacznie upraszcza poszukiwanie rozwiązań na wartości własne. Ogólnie włókna telekomunikacyjne mają  $\Delta < 1\%$ , chociaż włókna z kompensacją dyspersji moda mieć  $\Delta$  rzędu nawet 2%. Aproksymacja słabej falowodowości dotyczy głównie pierwszej grupy, ale jej wynik fizycznie może być rozciągnięty także na drugą grupę. Aproksymacja ta wprowadza grupowanie modów zdegenerowanych, które mają jednakowe stałe propagacji  $\beta$  ale różniące się konfiguracje pola, do formy układu modów zapisywanych jako  $LP_{lm}$  będących modami liniowo spolaryzowanymi w płaszczyźnie poprzecznej. Jest to naturalny układ opisu modów włókna, gdyż lasery telekomunikacyjne typowo emitują światło liniowo spolaryzowane, które utrzymuje swą polaryzację we włóknie bez zaburzeń.

Nowa liczba modu  $l$  jest wprowadzana następująco:

$$l = \begin{cases} 1 & \text{for TE}_{0m} \text{ or TM}_{0m} \\ q + 1 & \text{for EH}_{qm} \\ q - 1 & \text{for HE}_{qm} \end{cases}$$

Używając pełnego układu wyrażen an składowe pól  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$  do spełnienia warunków brzegowych przy  $r = a$  oraz na bazie warunku słabej falowodowości, równanie na wartości własne ma postać:

$$u \frac{J_{l-1}(u)}{J_l(u)} = -w \frac{K_{l-1}(w)}{K_l(w)}.$$

Wygodnie jest wprowadzić *znormalizowaną częstotliwość przestrzenną*, liczbę  $V$ :

$$V = (u^2 + w^2)^{1/2} = ak_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = n_1ak_0\sqrt{2\Delta}.$$

Która określa możliwe wartości  $u$  i  $w$  leżące w kole o promieniu  $V$ , które odniesione są do podstawowych parametrów włókna. Wzrost  $V$  (większy  $\Delta$ , krótsza liczba falowa, lub większy rdzeń) daje większą możliwą liczbę modów prowadzonych w strukturze.

Mówimy, że mod jest *odcięty*, gdy zaprzestaje się być ograniczonym w strukturze, tzn. gdy pole w obszarze płaszczka przestaje być polem zanikającym.

Odcięcie zachodzi więc dla  $\beta \rightarrow n_2k_0$ . Blisko odcięcia,  $w \rightarrow 0$  i pole zanikające rozprzeszczenia się dalej w głąb płaszczka. Powyżej odcięcia, stała propagacji  $\beta_2$  staje się rzeczywista, poprzeczne pole w płaszczku zaczyna się propagować, zaś rozwiązaniem jest fala leaky (wyptywająca) a nie fala prowadzona.

Warunek odcięcia modów otrzymuje się poprzez przyjęcie  $w=0$ , co dla równania na wartości własne prowadzi do relacji:

$$V \frac{J_{l-1}(V)}{J_l(V)} = 0,$$

Pokazującej, iż zera funkcji Bessela dają odpowiednie warunki odcięcia modu  $l$ .

LP<sub>01</sub> - mod podstawowy HE<sub>11</sub> bez odcięcia w strukturze,

LP<sub>11</sub> – połączenie modów TE<sub>01</sub>, TM<sub>01</sub> i HE<sub>21</sub> z odcięciem  $V=2.405$  – pierwsze zero  $J_0$ ,

LP<sub>21</sub> oraz LP<sub>02</sub> mają odcięcie dla  $V=3.832$  – zero funkcji  $J_{\pm 1}$ .

Rozkład natężenia dla modów  $LP_{lm}$  są określone poprzez  $I_{lm}=E_{lm}E^*_{lm}$  i wynoszą:

$$I_{lm} = I_0 J_l^2 \left( \frac{ur}{a} \right) \cos^2 (l\phi) \text{ for } r \leq a$$

$$I_{lm} = I_0 \left( \frac{J_l(u)}{K_l(w)} \right)^2 K_l^2 \left( \frac{wr}{a} \right) \cos^2 (l\phi) \text{ for } r \geq a.$$

Pozwala to na dokonanie fizycznej interpretacji liczb  $m$  oraz  $l$ . Liczba całkowita  $m \geq 1$  określa liczbę maksimum natężenia w kierunku radialnym. Większa liczba  $m$  oznacza większą wartość  $u$  dla danej liczby  $V$ , oznaczając jednocześnie więcej radialnych oscylacji w obrazie natężeniowym. Liczba  $l$  jest połową liczby azymutalnych maksimum w rozkładzie natężenia. Zatem mod podstawowy -  $LP_{01}$  nie ma zaburzeń w kierunku azymutalnym z maksimum natężenia na osi włókna dla  $r=0$  i malejącym radialnie natężeniem.



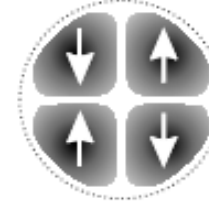
$LP_{01}$



$LP_{11}$



$LP_{21}$



# Metoda elementów skończonych w obliczeniach włókien

Normalnie rozkład współczynnika załamania w strukturze światłowodu jest znacznie bardziej skomplikowany niż przytoczony tu model skokowy – np. gradientowy, wieloskokowy, itp. Zatem praktyczne rozwiązanie równania falowego, dającego w konsekwencji równanie charakterystyczne wymaga zastosowanie podejścia numerycznego, najczęściej za pomocą FEM – metody elementów skończonych.

Praktyczne zastosowanie włókien określają takie jego parametry jak: tłumienie, średnica pola modu, pole efektywne, długość fali odcięcia, dyspersja, starty zgięciowe.

Blisko długości fali odcięcia pole radialne dla modu  $LP_{01}$  włókna skokowego jest prawie gaussowskie. Średnica pola modu ( $MFD$  – mode field diameter) oraz pole efektywne ( $A_{eff}$  – effective area) są zdefiniowane jako:

$$MFD^2 = 2 \frac{\int_0^{\infty} |E(r)|^2 r dr}{\int_0^{\infty} \left| \frac{dE}{dr}(r) \right|^2 r dr} \quad A_{eff} = 2\pi \frac{\left[ \int_0^{\infty} |E(r)|^2 r dr \right]^2}{\int_0^{\infty} |E(r)|^4 r dr},$$

$MFD$  i  $A_{eff}$  ze swej natury są związane z długością fali i rosną dla dłuższych fal. Oczywiście jest, iż światło o dłuższej długości fali będzie mniej ograniczone przez strukturę falowodu niż fale o krótszej długości.